



# Brand!

Et kapitel fra bogen  
Matematiske Horisonter  
DTU 2009

Hver sommer indløber beretninger om voldsomme skovbrande især i det sydlige Europa, USA, Canada og Australien. De seneste år har navnlig Spanien, Grækenland og Californien været særdeles hårdt ramt. De almindeligste årsager til de store brande er lynnedslag, menneskelig skødesløshed, og pyromani, men faktisk er brand et naturligt og hyppigt fænomen i alle skovdækkede områder af jordkloden, og til alle tider. Hovedkomponenten i det kul der findes på den nordlige halvkugle stammer således fra skovbrande, der kan dateres op til 365 millioner år tilbage i tiden. Imidlertid har der de sidste årtier været højere gennemsnitstemperaturer og usædvanligt mange og lange perioder med massiv tørke i både USA, Australien og Sydeuropa, hvilket naturligvis forstærker problemet. Alt tyder således på at skovbrande i den nærmeste fremtid bliver både mere almindelige og muligvis alvorligere. Der er selvsagt god grund til at interessere sig for hvordan skovbrande breder sig og hvordan man mest effektivt kan bremse og bekæmpe disse brande, der mange gange koster menneskeliv, og som altid anretter store skader på natur, bebyggelser, afgrøder og husdyr. I dette kapitel får vi gennem en række øvelser indblik i hvordan man finder eller vurderer tidsforløbet af skovbrande, dels med hensyn til hvor stort et skovområde der er blevet afbrændt til et givet tidspunkt og dels med hensyn til udbredelsesformen, altså formen af brandfrontkurven til tiden  $t$  efter antænding.

## Brand og brandbekæmpelse

Når der på en vindstille sommerdag pludselig går ild i en knastør skov udbreder brandens frontkurve sig straks cirkulært ud fra antændingspunktet. Men hvis vinden blæser op og derved fører ekstra ilt til branden fra en given retning bliver frontkurven langt fra cirkulær, og branden dermed væsentligt vanskeligere at bekæmpe. Langt de fleste skovbrande i nyere tid har således været drevne af vinden som den mest afgørende faktor.

De eksisterende modeller for skovbrande forudsiger en elliptisk brandfrontkurve under generelle antagelser:

- Geografien på stedet er passende flad
- Vegetationen er passende ensartet
- Vinden blæser horisontalt i en konstant retning med en konstant fart.

Uanset om en brand er påvirket af vind eller ej er det afgørende at få et klart og velinformeret overblik over situationen, terrænet, vejret og bebyggelser for at kunne planlægge den mest effektive bekæmpelse af branden:

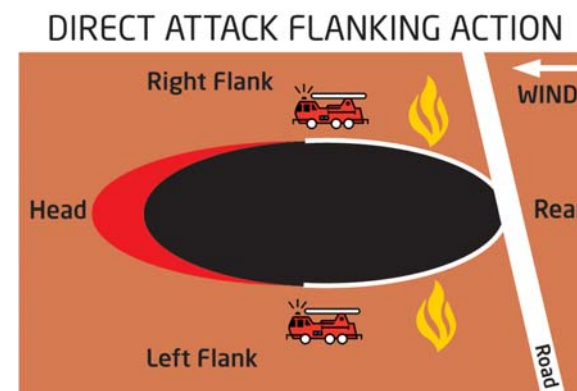
- Det nødvendige mandskab og det nødvendige materiel til sluknings- og redningsarbejdet skal estimeres



Brande har til alle tider været naturligt forekommende overalt i verdens skovdækkede områder. Selv i de fugtige tropiske regnskove opstår der jævnligt brande, typisk efter lynnedslag.

- Steder og tidspunkter, hvor branden i sin helhed kan svækkes mest muligt ved et passende strategisk angreb skal identificeres
- Farlige situationer i sluknings- og redningsarbejdet skal undgås eller minimeres
- Befolkningen skal informeres om udviklingen og udbredelsen af branden samt om de nødvendige forholdsregler

## Modellering af skov, antændelse, vind, og tab



Figur 1. Brandbekæmpelse via direkte angreb på brandens flanker.

Vi ser først på et rektangulært, vandret skov-område  $S$ . Det antages at skovens bevoksning er fuldstændig ensartet med konstant tæthed:  $k$  træer pr. arealenhed. Træerne har alle samme højde og samme brandtekniske beskaffenhed. Vi vil groft antage, at man kan betragte brandens udbredelse som et plant problem – herunder at udbredelsen foregår langs en veldefineret brandfront-kurve.



## OPGAVE 1 Hvorfor er det en grov antagelse?

Vi indfører et  $(x, y)$ -koordinatsystem i skovens plan således at Origo ligger i midten af skoven og således at skoven i øvrigt modelleres ved:

$$S: -L \leq x \leq L \text{ og } -M \leq y \leq M, \quad (1)$$

hvor  $L$  og  $M$  er givne værdier for skovens (halve) længde og (halve) bredde, henholdsvis.

Skovens areal er altså (hvis  $L$  og  $M$  begge er endelige):

$$A(S) = 4LM.$$

Antændelsesstedet betegnes med  $p = (x_0, y_0) \in S$ .

Vi lader  $\Omega(t)$  betegne det del-område af  $S$ , der til tiden  $t > 0$  er blevet afbrændt. Det tilsvarende udbrændte areal er så

$$A(t) = \text{Areal}(\Omega(t)) \quad (2)$$

En del af de følgende øvelser går ud på at finde dette areal i forskellige givne situationer.

Arealet svarer præcis til antallet af tabte træer ved branden:  $\text{Tab}(t) = k \cdot A(t)$ .

I starten vil branden typisk udbrede sig som en ellipse med voksende halvaksler og med en konstant translationshastighed (i vindretningen).

## OPGAVE 2 Hvad er en ellipse?

Branden vil typisk danne en hovedfront, en halefront og to flanker. Fremdriften er størst ved hovedfronten hvor der afbrændes flest træer pr. tidsenhed. Fremdriften er lille, men ikke nødvendigvis forsvindende, i halen, hvor brandfronten bevæger sig baglæns i retning *op mod vinden*.

Hvis der ikke er nogen udefra kommende vind, vil udbredelsen være helt symmetrisk ud fra antændelsesstedet til ethvert tidspunkt  $t > 0$  – såfremt skoven er tilstrækkelig stor.

### Model uden vind

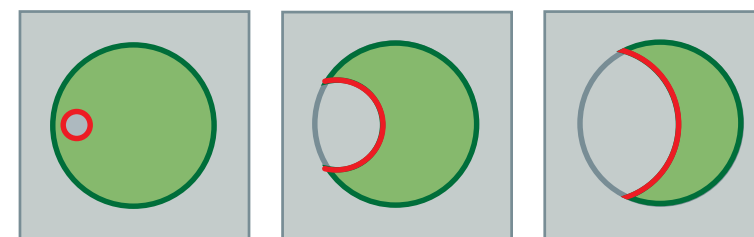
Den cirkulære udbredelse af brandkurven ud fra Origo kan modelleres på følgende måde, hvor  $\phi$  betegner retnings-vinkel-parameteren. Tiden betegnes med  $t$  og  $a$  er en konstant, der afhænger af skovens beskaffenhed, tæthed, træhøjde, tørhed, etc., der også antages konstant i hele skoven:

$$\begin{aligned} x(t, \phi) &= at \cos(\phi) \\ y(t, \phi) &= at \sin(\phi), \end{aligned} \quad (3)$$

Ovenstående model medfører specielt, at radius af det cirkulære brændte område  $\Omega(t)$  vokser proportionalt med tiden  $t$ .

## OPGAVE 3

Hvorfor fremstiller (3) en cirkel til ethvert positivt tidspunkt  $t$ ? Hvad er ligningen for cirklen til tiden  $t$ ? Hvor stor er radius til tiden  $t$ ?



Figur 2. Cirkulær udbredelse uden vind og uden søer i en cirkulær skov.

#### OPGAVE 4

Antag ovenstående cirkulære udbredelsesmodel (3) og antag, at skoven er enormt stor,  $L = M = \infty$ . Hvad er arealet  $A(t)$  af  $\Omega(t)$  som funktion af  $t$  når branden er antændt i et givet punkt  $p = (x_0, y_0)$  til tiden  $t = 0$ ?

#### OPGAVE 5

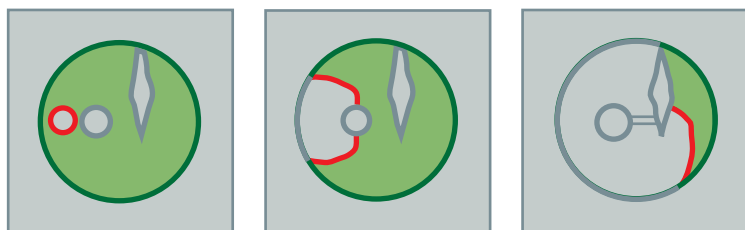
Antag igen (3) og antag nu mere realistisk, at skoven er rektangulær og har endelig udstrækning givet ved endelige værdier af  $L$  og  $M$ , men antag også (lidt urealistisk) at modellen (3) gælder uanset hvor mange træer, der er tilbage i skoven. Hvor lang tid går der fra antænding, svarende til  $t = 0$  på stedet  $p = (x_0, y_0)$  indtil skoven er helt udbrændt?

#### OPGAVE 6

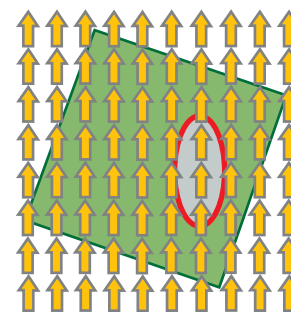
Hvis skoven er cirkulær som i figur 2 med radius  $R$  og antændes i en given afstand  $p$  fra centrum, hvor lang tid tager det så inden skoven er helt udbrændt?

#### Model med konstant vind og konstant vindretning

Som allerede bemærket i indledningen spiller vinden en meget stor rolle for udbredelsen af skovbrande. En oplagt ide er at modificere den cirkulære model til en "elliptisk" model med hurtigst udbredelse i vindretningen, hvis vegetationen ellers er passende homogen og hvis vinden virkelig har en konstant retning og størrelse.



Figur 3. Cirkulær udbredelse uden vind men med to søer i en cirkulær skov.

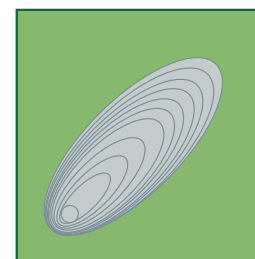


Figur 4. Øjeblikbillede af elliptisk udbredt brandzone.

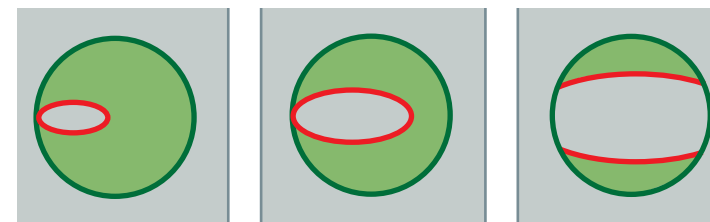
$$\begin{aligned} x(t, \phi) &= at \cos(\phi) \\ y(t, \phi) &= bt \sin(\phi) + ct, \end{aligned} \quad (4)$$

hvor  $t$  er tiden, antændingspunktet er Origo, og vinden blæser i  $y$ -aksens positive retning. Front-udbredelseshastigheden  $v$ , flanke-udbredelseshastigheden  $u$  og modvinds-udbredelseshastigheden  $w$  af branden defineres ved:

$$\begin{aligned} v &= b+c \\ u &= a \\ w &= b-c, \end{aligned} \quad (5)$$



Figur 5. Ellipse-foliering af brandzonen.



Figur 6. Elliptisk udbredelse af brand med vind og uden søer i en cirkulær skov.

Det Canadiske *Forest Fire Behaviour Prediction System* (CFFBPS) er baseret på en sådan elliptisk udbredelsesmodel og har dokumenterede værdier for  $u$ ,  $v$ , og  $w$  for et stort antal af de brandtekniske og geografiske parametre, der ellers har betydning for brandudbredelsen i forskellige scenarier. Det er ligeledes observeret, at indenfor visse grænser afhænger forholdet  $a/b$  kun af vindens fart; dette er også en af de eksplicitte antagelser i CFFBPS.

Konstanterne  $a$ ,  $b$ , og  $c$  er altså udtryk for brandtekniske egenskaber ved skov-materialet, nu med vinden (og den tilsvarende tilførsel af ilt) som en ny afgørende parameter indbygget i konstanterne. Desuden antages, at  $b > c$ , således at brandfront-ellipserne har en egentlig baglæns udbredelse, altså op imod vinden, jævnfør figur 6.

### OPGAVE 7

Til ethvert tidspunkt  $t_0 > 0$  er brandfrontkurven i denne model en ellipse med halvakserne  $at_0$  og  $bt_0$ . Find ligningen for denne ellipse til ethvert tidspunkt  $t$ . Find arealet af ellipsen som funktion af  $t_0$ .

### OPGAVE 8

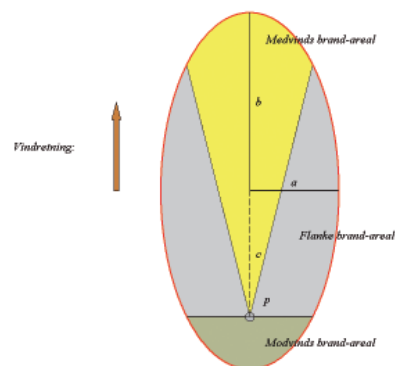
Lad  $E$  være en given brand-ellipse der til et givet tidspunkt har halvakserne  $a \leq b$  – som i figur 7. Hvor stort er arealet af hvert enkelt af de der skitserede udbrændte områder, dvs. de områder, der er udbrændte ved henholdsvis 'medvinds-brand', 'flanke-brand', og 'modvinds-brand'? Angiv selv en rimelig definition af disse områder, som er i overensstemmelse med skitsen i figur 7. Hvordan kan man, mange år efter branden, afgøre hvilken vej vinden blæste? Kan man også ved tilsvarende senere inspektion af området afgøre hvor branden blev antændt?

### OPGAVE 9

Find (for endelige værdier af  $L$  og  $M$  for en rektangulær skov og ved brug af den elliptiske model i (4)) et udtryk for hvor lang tid, der går fra antænding i punktet  $(0,0)$  indtil skoven er helt udbrændt. Det antages også her at den anvendte elliptiske model for udbredelse holder uanset hvor mange træer der er tilbage i skoven.

### OPGAVE 10

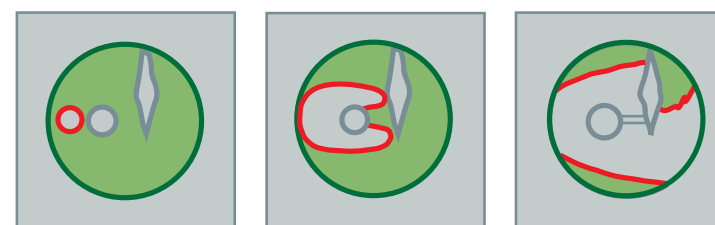
Samme spørgsmål for en cirkulær skov med radius  $R$  antændt i centrum,  $(0,0)$ .



Figur 7. De arealer, der er udbrændt af hhv. 'medvinds-brand', 'flanke-brand', og 'modvindsbrand' definerer en inddeling af det elliptisk udbrændte område.

### OPGAVE 11

Bestem værdierne  $a$ ,  $b$ , og  $c$  for Waipawa branden, 31. januar 1991 ved Tikokino i New Zealand. Det oplyses, at den ellipseformede brandfront efter 30 minutter var 7.2 km lang og 1 km bred; efter 60 minutter var den 2 km bred og 14.5 km lang. Efter 60 minutter var brandhalen rykket 350 meter i modvindsretning af brandens antændelsespunkt. Vindhastigheden var i øvrigt "kun" 56 km/t i den angivne retning.



Figur 8. Elliptisk udbredelse med vind og med søer i en cirkulær skov.

En alternativ beskrivelse af den cirkulære udbredelsesmodel uden vind er følgende: Til ethvert tidspunkt har den øjeblikkelige brandfrontkurve konstant afstand til brandfrontkurven som den så ud et minut tidligere – eller et vilkårligt andet tidspunkt efter antændelsen. Afstanden er imidlertid ikke nødvendigvis den retlinede afstand. Hvis der for eksempel findes en sø i skoven, så er afstanden mellem to punkter  $A$  og  $B$  bestemt som (længden af) den korteste sti (eller kurve) fra  $A$  til  $B$  – udenom søen. Det vil sige, at den korteste vej kan forløbe et stykke langs søbredden. Derved bliver brandfrontkurven (som jo består af de punkter, der har samme afstand til antændingspunktet) foldet rundt om søen som vist i figur 3.

De generelle undersøgelser af sådanne terræn-afhængige afstandsbegreber hører under faget *differentialgeometri*. Det er især Riemann'sk geometri og Finsler geometri der beskæftiger sig med lokalt modificerede afstandsbegreber, der oven i købet (i Finsler geometrierne) inkluderer muligheden for asymmetrisk retningsafhængighed. Det er derfor en naturlig formodning, at brande i uensartede skove med variabel brandteknisk beskaffenhed og med variabel vind kan beskrives ved hjælp af Finsler-geometriske undersøgelser.

## OPGAVE 12

Overvej ved hjælp af den ovenstående alternative beskrivelse hvordan en skovbrand kan 'løbe om hjørner' altså for eksempel rundt om en sø, dels med og dels uden vind og hvordan det kan give anledning til farlige situationer for mandskab og materiel, hvis man ikke er forberedt på fænomenet (se figur 8).

I dette kapitel har vi set på relativt simple modeller for brandudbredelse, som brandfolk og myndigheder også i anvender i planlægning af slukningsarbejdet. Vi har lavet beregninger ud fra en forudsætning om konstant vindstørrelse og – retning. Hvis vinden imidlertid *ikke* er konstant i hverken størrelse eller retning, kan det være helt umuligt for brandfolkene at bekæmpe branden. Den kraftige og tørre Santa Ana-vind var således hovedårsagen til at de omfattende og katastrofale brande som ramte Californien omkring d. 21. oktober 2007 kunne udvikle sig så eksplosivt og ukontrolleret. Santa Ana-vinden kom netop i perioder stødende fra forskellige retninger, hvilket gjorde det næsten umuligt at dæmme op for ilden. Santa Ana-vind er et helt lokalt fænomen i Californien. Den optræder især om efteråret og består af relativ kold, og derfor tung, men tør luft, der fra Nevada og Utah med stor hastighed strømmer ned mod Californiens kyst. Den bliver presset igennem dalområderne og ankommer med kraftige vindstød til Los Angeles og San Diego samtidig med at den undervejs er blevet opvarmet til ca. 20 grader, men stadig med en ekstrem lav fugtighed. Flere lufthavne ved Los Angeles målte den 22. oktober 2007 en luftfugtighed helt ned til 3 % og vindstød på 70 km/t. Den kraftige opdrift som opstår ved store vild-brande trækker ekstra luft, og dermed ekstra ilt, til brandens front fra de nærmeste omgivelser. Disse ekstra vinde kan give anledning til de mest alvorlige ukontrollerede brande, de såkaldte *brand-storme*.

## Artiklens forfatter



Professor Steen Markvorsen