41015

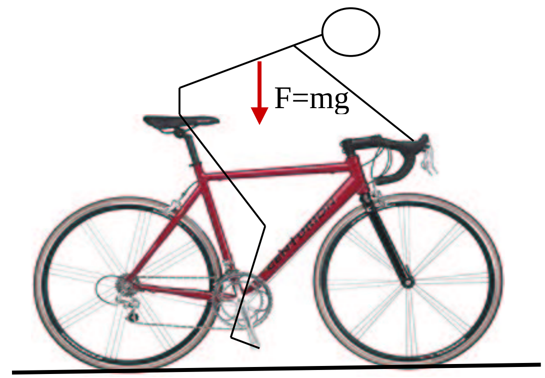
Mekanik og Materialer

Statik for strukturer

Afsnit 6.1-6.4 i Riley

Pia Redanz

MEK, Faststofmekanik



Kraftligevægt

Momentligevægt

Betingelser for ligevægt

Partikel, Newtons 1. lov: **R** = **0** **,** hvor **R** er resultanten af de påvirkende kræfter.

For et **generelt 3D legeme** med given størrelse og form:

- partikel idealiseringen er ikke dækkende =>
- **R** = **0** er en nødvendig men ikke tilstrækkelig betingelse for ligevægt =>
- **M** = **0** bliver yderligere en betingelse (**M** er det resulterende moment)

Dvs. to lineært uafhængige vektorligninger

$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{R} &= \sum F_x\,\mathbf{i} + \sum F_y\,\mathbf{j} + \sum F_z\,\mathbf{k} = \mathbf{0}\\ \mathbf{M} &= \sum M_x\,\mathbf{i} + \sum M_y\,\mathbf{j} + \sum M_z\,\mathbf{k} = \mathbf{0}\end{aligned}}$$

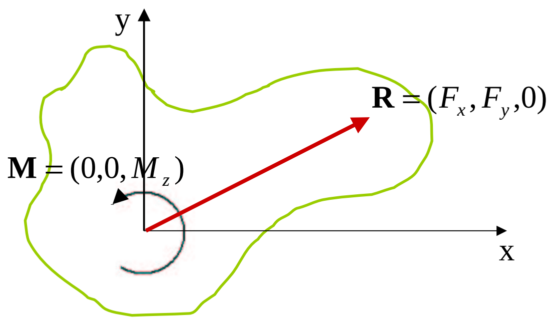
eller seks skalære ligninger

$$\boxed{\begin{array}{lll}\sum F_x = 0 & \sum F_y = 0 & \sum F_z = 0\\ \sum M_x = 0 & \sum M_y = 0 & \sum M_z = 0\end{array}}$$

(summen af kræfters projektion på hver koordinatakse skal være nul, og summen af momenterne om hver koordinatakse skal være nul)

Ligevægt i 2D

Plan statik: kræfterne er parallelle med planet og angriber i dette, og momenterne står vinkelret på planet



Dvs. to lineært uafhængige vektorligninger

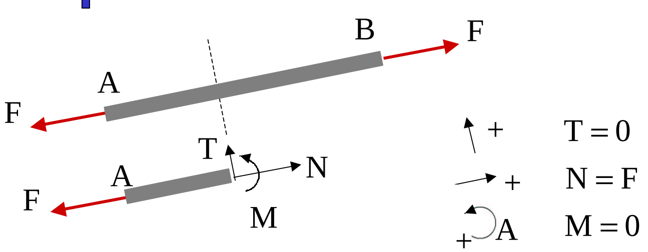
$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{R} &= \sum F_x\,\mathbf{i} + \sum F_y\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k} = \sum F_x\,\mathbf{i} + \sum F_y\,\mathbf{j} = \mathbf{0} \\ \mathbf{M} &= 0\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{j} + \sum M_z\,\mathbf{k} = \sum M_z\,\mathbf{k} = \mathbf{0}\end{aligned}}$$

eller tre skalære ligninger

$$\boxed{\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum M_z = 0}$$

(summen af kræfters projektion på x- og y-akserne, og summen af momenterne om akse parallel med z-aksen skal være nul)

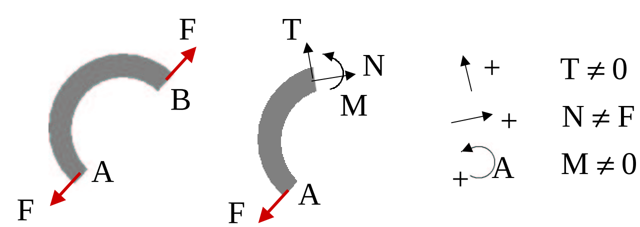
Eksempel 1



DK
T: Tværkraft
N: Normalkraft
M: Moment

US
V: Transverse force
N: Normal force
M: Moment

Eksempel 2



Statikkens hovedsætning

For enhver konstruktion (delkonstruktion)* i hvile gælder det for systemet af samtlige ydre kræfter (og ydre momenter), at den resulterende kraft og det resulterende moment i et givet punkt er lig nul.

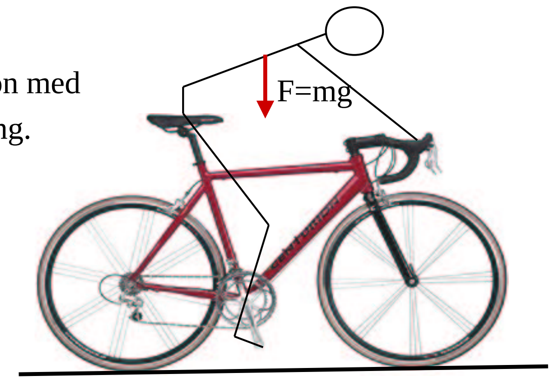
Hovedsætningen er en nødvendig, men ikke en tilstrækkelig betingelse til at sikre, at konstruktionen er i hvile.

---

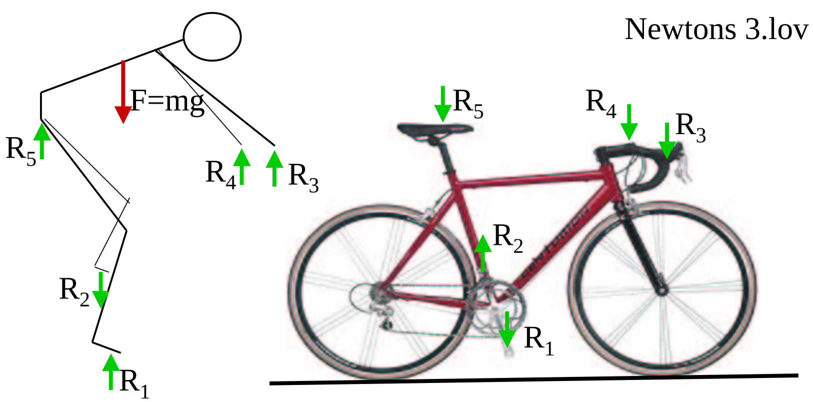
*også kaldet struktur (delstruktur)

Konstruktion: Et legeme eller en gruppe af legemer, der ved belastning påvirker hinanden med indbyrdes kræfter. Strukturen afgrænses ved sine understøtninger.

En konstruktion med given belastning.

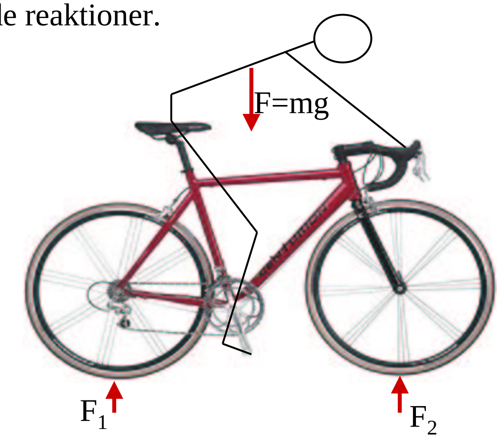


Delkonstruktion: Vilkårligt underområde af en konstruktion (helt eller delvist afgrænset af tænkte snit i konstruktionen)



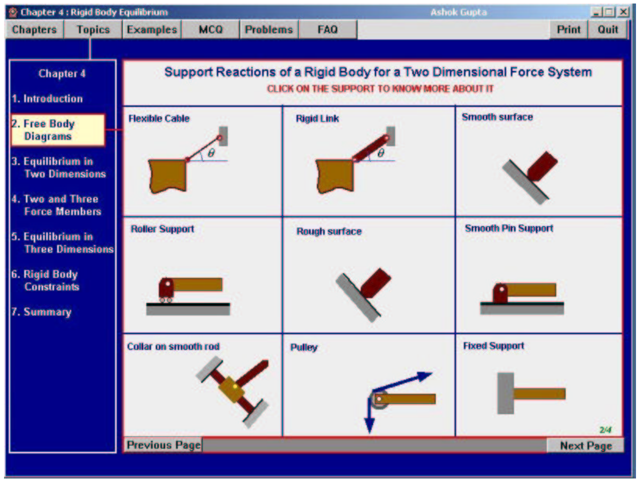
Hovedsystem: Konstruktionen med påsatte ydre kræfter (belastninger og reaktioner).

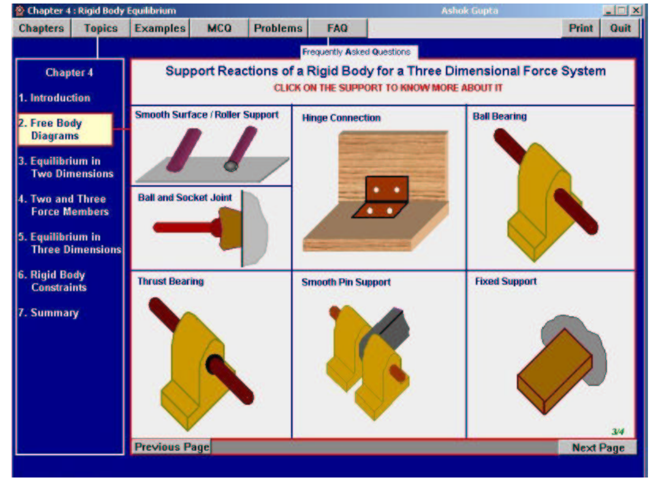
Understøtningerne medtages ikke, men i stedet påføres de tilsvarende reaktioner.



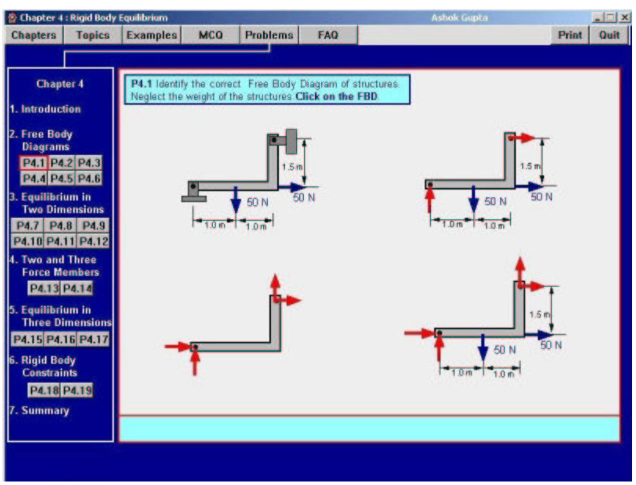
F_1 og F_2 : reaktioner

Understøtninger



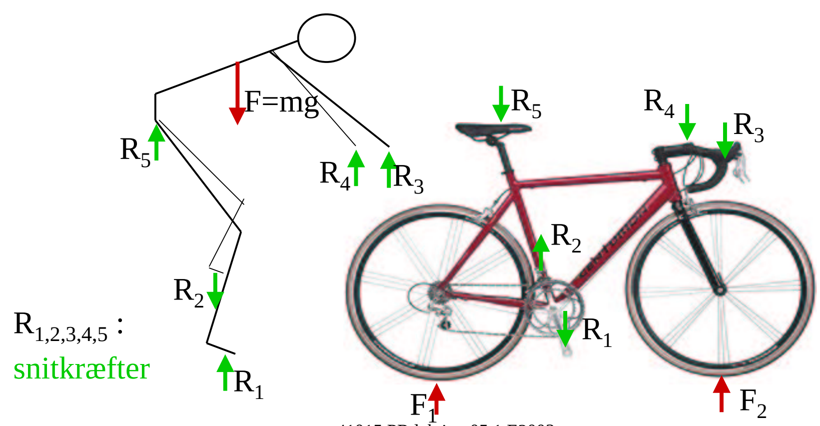


Hovedsystem

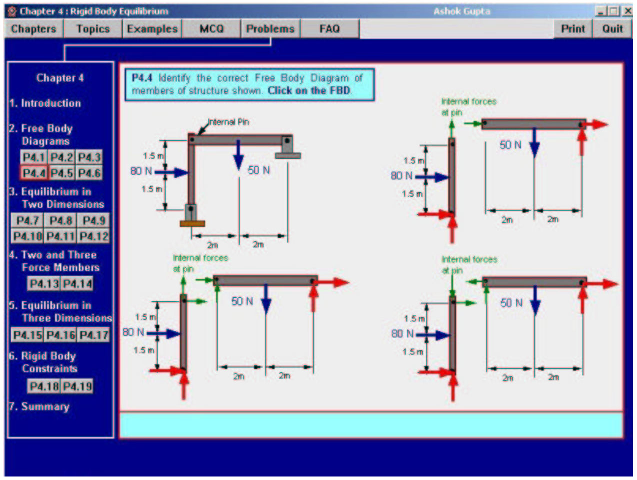


Delsystem/undersystem:

Delkonstruktion med påsatte ydre kræfter. Snitkræfter og snitmomenter (snitstørrelser) optræder på delkonstruktionen som ydre kræfter, mens de for den samlede konstruktion er indre kræfter.



Delsystem



Statikkens hovedsætning

to lineært uafhængige vektorligninger

eller

seks lineært uafhængige skalære ligninger

som skal være opfyldt af de ydre kræfter og momenter på konstruktionen (delkonstruktionen)

Hoved- og delsystemer (*free body diagrams*) indgår som et vigtigt hjælpemiddel ved anvendelse af statikkens hovedsætning.

Anvendelse af statikken

Væsentligste formål er, ved anvendelse af statikkens hovedsætning, at bestemme understøtningsreaktioner og snitstørrelser eller sammenhænge mellem disse.

Typisk gøres dette ved

1. Bestem understøtningsreaktioner
2. Bestem snitkræfter og snitmomenter

For nogle konstruktioner kan dette lade sig gøre på grundlag af statikken; men det er ikke altid muligt.

Statisk bestemt: En konstruktion siges at være **statisk bestemt**, hvis alle understøtningsreaktioner og alle indre kræfter (snitstørrelser) kan beregnes vha. statikkens hovedsætning alene.

Statisk ubestemt: Hvis en konstruktion ikke er statisk bestemt siges den at være **statisk ubestemt**.

Hvis en konstruktion er statisk ubestemt, kan samtlige snitstørrelser og reaktioner kun bestemmes ved foruden statikkens hovedsætning at anvende konstruktionsmaterialets egenskaber.

Deformeret/udeformeret geometri?

Ved opstilling af statikkens ligevægtsligninger refereres til den deformerede ligevægtstilstand af legemet.

I mange af de i praksis forekommende problemer afviger strukturens deformerede geometri imidlertid så lidt fra den udeformerede geometri, at statikken med god tilnærmelse kan baseres på den kendte, udeformerede geometri af strukturen.

Example Problem 6-5

A ladder weighing 250 lb is supported by a post and held in place by a cable as shown in Fig. 6-39*a*. Assume that all surfaces are smooth. Determine the tension in the cable and the forces on the ladder at the contacting surfaces.

SOLUTION

A free-body diagram of the ladder is shown in Fig. 6-39*b*. All surfaces are smooth; therefore, the reaction at A is a vertical force $\mathbf{A}_y$ and the reaction at C is a force $\mathbf{C}$ perpendicular to the ladder. The cable exerts a tension $\mathbf{T}$ on the ladder in the direction of the cable. Since the ladder is subjected to a general coplanar force system, three independent equilibrium equations are available to solve for the unknown magnitudes of forces $\mathbf{A}_y$, $\mathbf{C}$, and $\mathbf{T}$.

Solution Using Eqs. (6-4):

$+\rightarrow \Sigma F_x = 0$: $\quad T - C \sin 50° = 0$

$$T - 0.7660C = 0 \qquad \text{(a)}$$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$: $\quad A_y + C \cos 50° - 250 = 0$

$$A_y + 0.6428C = 250 \qquad \text{(b)}$$

$+\downarrow \Sigma M_A = 0$: $\quad C(8) - T(2 \sin 50°) - 250(6 \cos 50°) = 0$

$$8C - 1.5321T = 964.2 \qquad \text{(c)}$$

Solving Eqs. (a) and (c) simultaneously yields

$$T = +108.2 \text{ lb} \qquad \mathbf{T} = 108.2 \text{ lb} \rightarrow \qquad \textbf{Ans.}$$

$$C = +141.2 \text{ lb} \qquad \mathbf{C} = 141.2 \text{ lb} \nwarrow 40° \qquad \textbf{Ans.}$$

Once C is known, A_y is determined from Eq. (b) as

$$A_y = 250 - 0.6428C = 250 - 0.6428(141.2)$$

$$A_y = +159.2 \text{ lb} \qquad \mathbf{A}_y = 159.2 \text{ lb} \uparrow \qquad \textbf{Ans.}$$

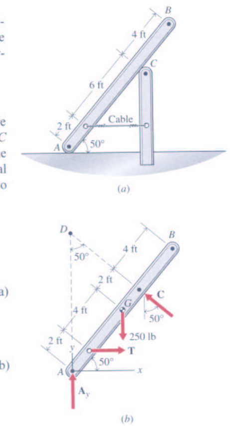


Figure 6-39

Poster-introduktion

HER – KLOKKEN 16:00 – I DAG

Print eventuelt opgaveformuleringen,
som ligger under 'Poster I' under fildeling på CampusNet.