

41015 Mekanik og Materialer

Fysisk modellering og plane gitre
(Kap. 6.5 og 6.6 i Riley)

Ole Sigmund

41015, OS, efterår 2003

1

Statisk ligevægt

3D: 6 uafhængige ligninger

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0 \\ \sum M_x = 0, \quad \sum M_y = 0, \quad \sum M_z = 0 \end{aligned}$$

2D: 3 uafhængige ligninger

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_z = 0$$

41015, OS, efterår 2003

2

Statikkens hovedsætning

For enhver konstruktion (delkonstruktion)* i hvile gælder det for systemet af samtlige ydre kræfter (og ydre momenter), at den resulterende kraft og det resulterende moment i et givet punkt er lig nul.

Hovedsætningen er en nødvendig, men ikke en tilstrækkelig betingelse til at sikre, at konstruktionen er i hvile.

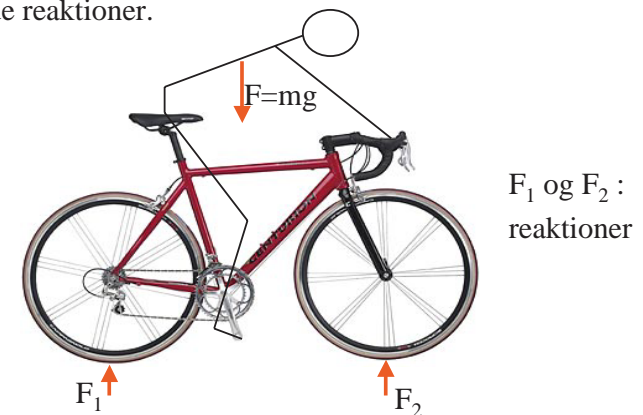
*også kaldet struktur (delstruktur)

41015, OS, efterår 2003

3

Hovedsystem: Konstruktionen med påsatte ydre kræfter (belastninger og reaktioner).

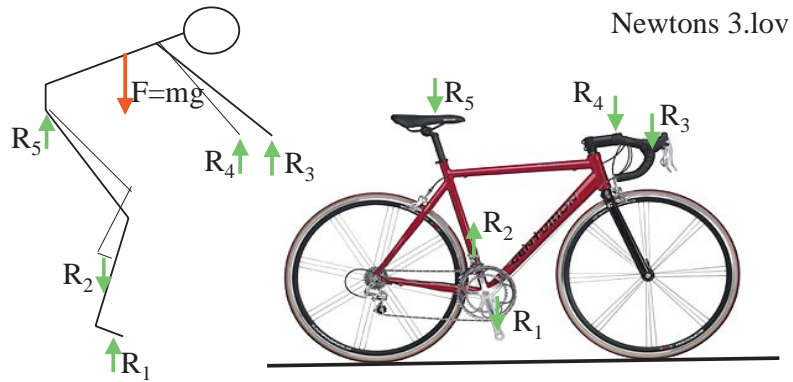
Understøtningerne medtages ikke, men i stedet påføres de tilsvarende reaktioner.



41015, OS, efterår 2003

4

Delkonstruktion: Vilkårligt underområde af en konstruktion (helt eller delvist afgrænset af tænkte snit i konstruktionen)



41015, OS, efterår 2003

Vindmøllevinge



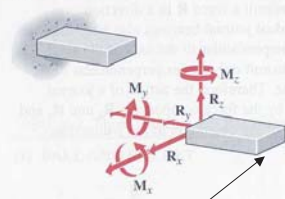
Fast indspænding

$$u_x = 0, u_y = 0, u_z = 0, \theta_x = 0, \theta_y = 0, \theta_z = 0$$

244 CHAPTER SIX / EQUILIBRIUM: RIGID AND DEFORMABLE BODIES

TABLE 6-2 (Continued)

(7) FIXED SUPPORT

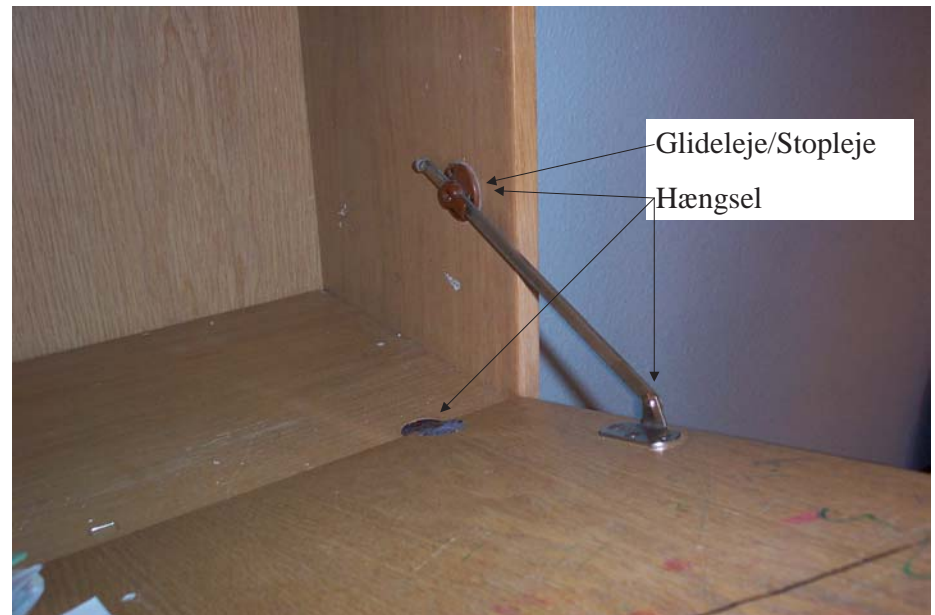


A fixed support (Fig. 6-20) can resist both a force \mathbf{R} and a couple \mathbf{C} . The magnitudes and directions of the force and couple are not known. Thus, the action of a fixed support is represented on a free-body diagram by the force components R_x , R_y , and R_z and the moment components M_x , M_y , and M_z .

Figure 6-20

Fri rand $R_x = 0, R_y = 0, R_z = 0, M_x = 0, M_y = 0, M_z = 0$

41015, OS, efterår 2003



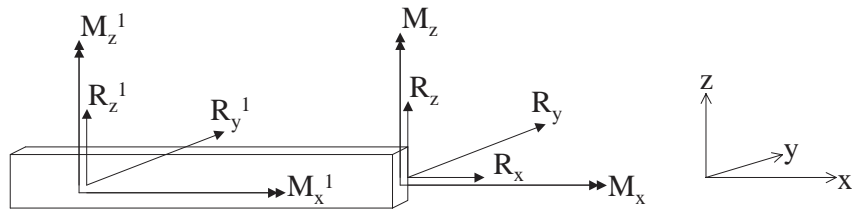
41015, OS, efterår 2003

Snitkræfter til brug for snittegning (free body diagram)

Kinematiske randbetingelser 1: $u_y = 0$, $u_z = 0$, $\theta_x = 0$, $\theta_z = 0$

Kinematiske randbetingelser: $u_y = 0$, $u_z = 0$, $\theta_x = 0$, $\theta_z = 0$, $u_x = 0$

Statiske randbetingelser: $R_x^1 = 0$, $M_y^1 = 0$, $M_z = 0$



41015, OS, efterår 2003

9



Statisk bestemt: En konstruktion siges at være **statisk bestemt**, hvis alle understøtningsreaktioner og alle indre kræfter (snitstørrelser) kan beregnes vha. statikkens hovedsætning alene.

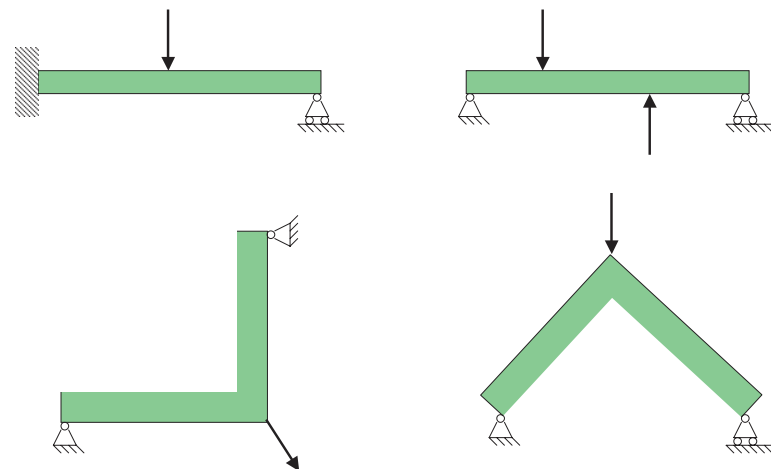
Statisk ubestemt: Hvis en konstruktion ikke er statisk bestemt siges den at være **statisk ubestemt**.

Hvis en konstruktion er statisk ubestemt, kan samtlige snitstørrelser og reaktioner kun bestemmes ved foruden statikkens hovedsætning at anvende konstruktionsmaterialets egenskaber.

41015, OS, efterår 2003

11

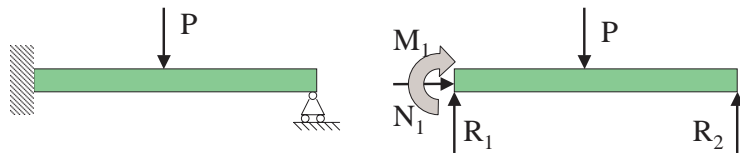
Er følgende konstruktioner statisk bestemte eller ubestemte?



41015, OS, efterår 2003

12

Er følgende konstruktion statisk bestemt eller ubestemt?



Vandret kraftligevægt: $N_1 = 0$

Lodret kraftligevægt: $R_1 + R_2 - P = 0$

Momentligevægt: $-M_1 + R_2 L - P L/2 = 0$

2 ligninger med 3 ubekendte Statisk ubestemt



Donaumast - mastetype til 400 kV ledninger.

Totalhøjde 41.62 m, bredde 25.84 m

Gitterstruktur



Ikke-lineære gitterstrukturer

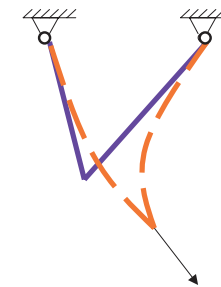
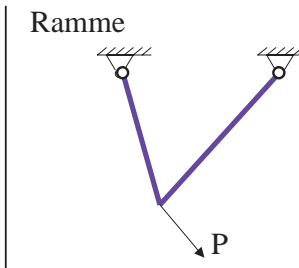
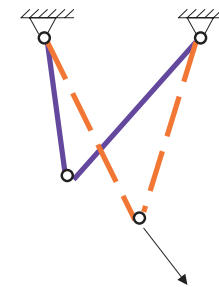
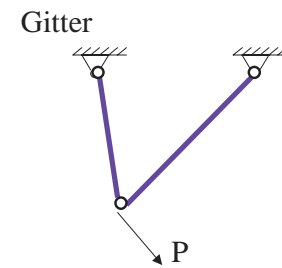


Gitre:

- Effektiv konstruktion bestående af forbundne stænger.
- Stængerne er udelukkende sammensat med friktionsløse led i enderne.
- Stængernes masse kan negligeres.
- Belastningen påføres kun i ledene (samlingerne)

41015, OS, efterår 2003

17



41015, OS, efterår 2003

18



Kan approksimativt analyseres som et gitter

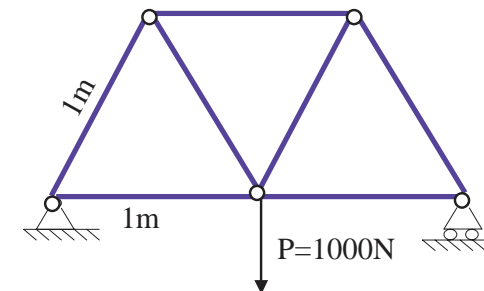


Sadelpinden skåret over.
Resulterer i et stort bøjningsmoment i overrør.

41015, OS, efterår 2003

19

Eksempel: Gitter



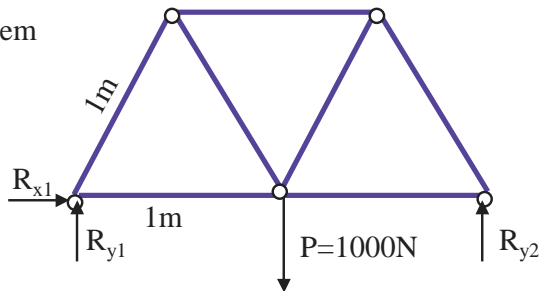
Bestem stangkræfterne!

41015, OS, efterår 2003

20

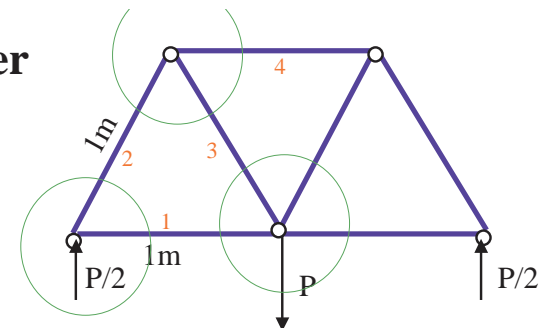
Løsning: Gitter

Hovedsystem



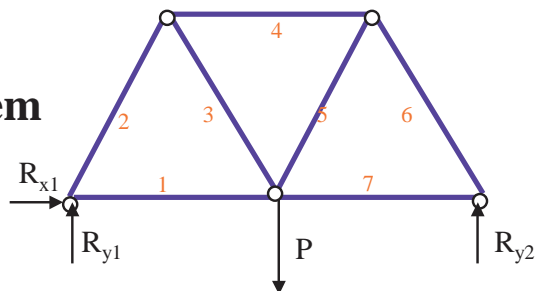
$$\left. \begin{array}{l} \text{Vandret kraftligevægt: } R_{x1} = 0 \\ \text{Lodret kraftligevægt: } R_{y1} + R_{y2} - P = 0 \\ \text{Momentligevægt: } R_{y2} \cdot 2 - P \cdot 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} R_{y1} = P/2 \\ R_{y2} = P/2 \end{array}$$

Løsning: Gitter



$\begin{aligned} S_1 + \cos(60)S_2 &= 0 \\ \sin(60)S_2 + P/2 &= 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -\cos(60)S_2 + \cos(60)S_3 + S_4 &= 0 \\ -\sin(60)S_2 - \sin(60)S_3 &= 0 \end{aligned}$	<p>Løsning</p> $\begin{aligned} S_1 &= P/(2\sqrt{3}) = 29N \\ S_2 &= -P/\sqrt{3} = -58N \\ S_3 &= P/\sqrt{3} = 58N \\ S_4 &= -P/\sqrt{3} = -58N \end{aligned}$
--	--	--

Løsning: Vha. ligningssystem (Lineær algebra)



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & \cos(60) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \sin(60) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos(60) & \cos(60) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(60) & -\sin(60) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -\cos(60) & 0 & \cos(60) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(60) & 0 & \sin(60) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\cos(60) & \cos(60) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(60) & -\sin(60) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos(60) & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(60) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ R_{y2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ R_{y2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \\ 50 \\ 29 \\ -58 \\ 58 \\ -58 \\ 58 \\ -58 \\ 29 \end{bmatrix} N$$

Interaktive programmer til gitterberegninger (Finite Element Metoden)



<http://www.jhu.edu/~virtlab/bridge/bridge.htm>
<http://www.devdept.com/fem/interactive.htm>

