

MAT 91112 Opgave E 44

Preben Alsholm
IFAK, DTU

18. november 2003

Vi skal bestemme den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y' + \cot t \cdot y = t$$

på intervallet $]0, \pi[$. Ligningen er lineær. Panserformlen benyttes. Vi finder

$$P(t) = \int \cot t \, dt = \int \frac{\cos t}{\sin t} \, dt = \int \frac{d \sin t}{\sin t} = \ln \sin t$$

hvor vi i sidste skridt har benyttet, at $\sin t > 0$ for $t \in]0, \pi[$. Hermed har vi $e^{P(t)} = \sin t$ og $e^{-P(t)} = \frac{1}{\sin t}$. Derfor får vi

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{1}{\sin t} \int t \sin t \, dt + \frac{C}{\sin t} \\ &= \frac{1}{\sin t} \left(-t \cos t + \int \cos t \, dt \right) + \frac{C}{\sin t} \\ &= \frac{1}{\sin t} (-t \cos t + \sin t) + \frac{C}{\sin t} \\ &= -t \cot t + 1 + \frac{C}{\sin t} \end{aligned}$$

hvor $C \in \mathbb{R}$ og $t \in]0, \pi[$.