# MAT 91112 Opgave E42

Preben Alsholm
IFAK, DTU

18. november 2003

Vi skal først løse den binome ligning

$$z^4 + 64 = 0$$

Vi omskriver først til

$$z^4 = -64 = 64e^{i\pi}$$

Altså fås

$$z = \sqrt[4]{64}e^{i\left(\frac{\pi}{4}+p\frac{2\pi}{4}\right)} = 2\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}+p\frac{\pi}{2}\right)}$$

hvor $p = 0, 1, 2, 3$. Vi finder

$$z_0 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2 + 2i$$

De andre 3 rødder findes enten på samme måde eller ved at udnytte at rødderne ligger symmetrisk m.h.t. både den reelle og den imaginære akse. Altså er de 3 andre rødder $-2 + 2i, -2 - 2i$ og $2 - 2i$.

Vi skal nu finde konstanten $c$ i identiteten

$$\frac{z^4 + 64}{z - 2 - 2i} = z^3 + az^2 + bz + c$$

Det bemærkes, at da $2 + 2i$ er rod i $z^4 + 64$, så er $\frac{z^4+64}{z-2-2i}$ netop et polynomium (af tredie grad). Den letteste måde at finde $c$ på er nok blot at indsætte $z = 0$ i identiteten. Herved fås

$$\frac{64}{-2 - 2i} = c$$

Hermed har vi

$$c = \frac{64\,(-2 + 2i)}{(-2 - 2i)\,(-2 + 2i)} = \frac{64\,(-2 + 2i)}{8} = -16 + 16i$$