MAT 91112 Opgave E23

Preben Alsholm

14/5 1998

Vi skal finde den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y' + \frac{1}{t}y = e^t$$

for $t > 0$.

Ligningen er åbenbart lineær. Panserformlen kan bruges. Den ser således ud

$$y(t) = e^{-P(t)} \int e^{P(t)} q(t) dt + Ce^{-P(t)}$$

hvor $P(t) = \int p(t)dt = \int \frac{1}{t}dt = \ln t$, således at $e^{P(t)} = e^{\ln t} = t$ og $e^{-P(t)} = \frac{1}{e^{P(t)}} = \frac{1}{t}$. Dermed har vi

$$y(t) = \frac{1}{t} \int te^t dt + C\frac{1}{t}$$

Ved delvis integration fås

$$\int te^t dt = te^t - \int e^t dt = te^t - e^t$$

Dermed finder vi

$$y(t) = \frac{1}{t}\left(te^t - e^t\right) + C\frac{1}{t} = e^t - \frac{1}{t}e^t + C\frac{1}{t}$$

hvor C er en arbitrær konstant.