

Udvalgte eksamensopgaver fra MAT 01902

Preben Alsholm

November 2003

Opgave 1 (uden hjælpemidler, 7 point).

Find det 2. Taylorpolynomium P_2 med udviklingspunkt 1 for funktionen f givet ved forskriften

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

for $x > 0$.

Opgave 2 (uden hjælpemidler, 8 point).

Lad funktionen f være givet ved forskriften

$$f(x, y) = x^2y + e^{2x+3y-8}$$

for alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Find differentialet df af f i punktet $(1, 2)$. Angiv også ligningen for tangentplanen til grafen for f i punktet $(1, 2, f(1, 2))$.

Opgave 4 (15 point).

Lad f være funktionen givet ved forskriften

$$f(x, y) = xye^y \ln x$$

for alle $(x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$. Find de stationære punkter for f (husk, at $x > 0$) og afgør for hvert af disse dets type.

Opgave 15 (uden hjælpemidler, 5 point).

Find grænseværdien

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{\sin t} - 1}{\sin(e^t - 1)}$$

Opgave 16 (uden hjælpemidler, 12 point).

Bestem værdien af planintegralet

$$\int_S 2xy^2 dA$$

hvor S er det begrænsede område i første kvadrant, der ligger under parablen

$y = x^2$ og også under linien $y = 2 - x$.

Opgave 19 (15 point).

Funktionen f er givet ved forskriften

$$f(x, y, z) = 2z^3 + 2x^2 + y^2 + 3z^2 + 2xy - 10x - 6y + 13$$

for alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Bestem de stationære punkter for f og afgør for hvert af disse dets type.

Opgave 22 (uden hjælpemidler, 10 point).

Find det 2. Taylorpolynomium P_2 med udviklingspunkt 1 for funktionen f givet ved forskriften

$$f(x) = x \ln \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2 \right)$$

for $x \in \mathbb{R}$.

Opgave 24 (uden hjælpemidler, 10 point).

Find samtlige stationære punkter for funktionen f givet ved forskriften

$$f(x, y) = 2x + 6x^3 \sin y$$

for $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Opgave 26 (15 point).

Funktionen f er givet ved forskriften

$$f(x, y) = (2x + y)e^{-xy}$$

for alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Bestem største- og mindsteværdi for f på det trekantede område begrænset af koordinataksene og linien med ligningen $2x + y = 4$.

Opgave 29 (uden hjælpemidler, 7 point).

Find grænseværdien

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{5x + e^{2x-1}}$$

Opgave 31 (uden hjælpemidler, 8 point).

Lad funktionen f være givet ved forskriften

$$f(x, y) = 5 \ln(x + 3y) + \frac{x}{y} + x^3$$

for alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Find differentialet df af f i punktet $(2, 1)$.

Opgave 33 (10 point).

Funktionen f er givet ved forskriften

$$f(x, y, z) = (x^2 - 10x + 25) e^{-x} + 4y^2 + 2yz + z^2 + 18y + 27$$

for alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Bestem de stationære punkter for f , og afgør for hvert af disse dets type.