

MAT 91117 Opgave E2

Preben Alsholm
Diplom Kemi, DTU

18. november 2003

Vi skal finde den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y'' - 2y' - 3y = 9t^2 + 7$$

Differentialligningen er lineær og har konstante koefficienter. Karakterligningen

$$\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$$

har rødderne -1 og 3 . Den fuldstændige løsning til den homogene ligning er

$$y(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{3t}, \quad c_1, c_2 \in R$$

En ansats til en partikulær løsning til den homogene ligning er $y_p = at^2 + bt + c$. Vi finder

$$\begin{aligned} y_p' &= 2at + b \\ y_p'' &= 2a \end{aligned}$$

Ved indsættelse i differentialligningen fås

$$2a - 2(2at + b) - 3(at^2 + bt + c) = 9t^2 + 7$$

Efter omordning af leddene har vi

$$-3at^2 + t(-4a - 3b) + 2a - 2b - 3c = 9t^2 + 7$$

Dette gælder for alle $t \in R$, hvis og kun hvis følgende 3 ligninger er opfyldte

$$\begin{aligned} -3a &= 9 \\ -4a - 3b &= 0 \\ 2a - 2b - 3c &= 7 \end{aligned}$$

Dette ligningssystem har løsningen $(a, b, c) = (-3, 4, -7)$. Hermed har vi, at $y_p = -3t^2 + 4t - 7$, hvorfor den fuldstændige løsning til den oprindelige differentialligning er

$$y(t) = -3t^2 + 4t - 7 + c_1 e^{-t} + c_2 e^{3t}, \quad c_1, c_2 \in R$$