

MAT 91117 Opgave E3

Preben Alsholm
Diplom Kemi, DTU

18. november 2003

Ligningssystemet

$$\begin{aligned}x_2 + 2x_3 &= 2 \\2x_1 + x_2 + 4x_3 &= 6 \\4x_1 + 3x_2 + 10x_3 &= 14\end{aligned}$$

ønskes løst ved Gauss-elimination. Totalmatricen er

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 6 \\ 4 & 3 & 10 & 14 \end{pmatrix}$$

Ved operationen $R_2 \longleftrightarrow R_1$ opnås

$$T_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 10 & 14 \end{pmatrix}$$

Herefter udføres operationen $R_3 := R_3 - 2R_1$, der giver

$$T_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Operationen $R_3 := R_3 - R_2$ giver

$$T_3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Det tilsvarende ligningssystem er nu

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + 4x_3 &= 6 \\x_2 + 2x_3 &= 2\end{aligned}$$

Vi sætter $x_3 = t$, hvorefter vi finder $x_2 = 2 - 2t$, og dernæst $x_1 = \frac{1}{2}(6 - x_2 - 4x_3) = \frac{1}{2}(6 - (2 - 2t) - 4t) = 2 - t$. Løsningerne er altså

$$x = \begin{pmatrix} 2 - t \\ 2 - 2t \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

hvor $t \in \mathbb{R}$.