

MAT 01901 Opgave E16

Preben Alsholm
Diplom Kemi, DTU

18. november 2003

Der er givet differentialligningen

$$y'' + 4y' + 3y = 10 \sin t$$

1. Vi skal først kontrollere, at $y_p = \sin t - 2 \cos t$ er en løsning. Vi finder

$$\begin{aligned} y_p' &= \cos t + 2 \sin t \\ y_p'' &= -\sin t + 2 \cos t \end{aligned}$$

Indsættelse af $y = y_p$ i venstre side af differentialligningen giver:

$$(-\sin t + 2 \cos t) + 4(\cos t + 2 \sin t) + 3(\sin t - 2 \cos t)$$

der ved reduktion netop giver $10 \sin t$.

2. Vi skal nu finde den fuldstændige løsning. Karakterligningen er $\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0$. Denne har rødderne -3 og -1 . Den fuldstændige løsning til den homogene ligning er derfor

$$y(t) = c_1 e^{-3t} + c_2 e^{-t}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

Den fuldstændige løsning til den inhomogene ligning er altså

$$\begin{aligned} y(t) &= y_p + c_1 e^{-3t} + c_2 e^{-t} \\ &= \sin t - 2 \cos t + c_1 e^{-3t} + c_2 e^{-t}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$