

DIPLOMAT Ugeseddel 11 DIPLOMAT

24. - 29. april 2008

Dag 1

Forelæsning kl. 13-15: Funktioner af to eller flere variable. Linearisering. Gradient. CA: 672-673, 680-681. Lokalt ekstremum for funktion af én og flere variable. CA: 226, 707-709.

- Linearisering
- Gradient
- Lokalt ekstremumbestemmelse for funktion af en variabel ved brug af den anden afledede
- Stationære punkter for funktion af flere variable

Opgaveregning i databaren kl. 10-12/15-17.

1. Opgaver i CA, p.679: 1, 2, 7.
2. Opgave i CA, p.688: 1, 3.
3. Opgaver i CA, p.227: 24, 33. Forklar, hvorfor $x = 2$ og $x = -2$ ikke er ekstremumpunkter for funktionen i opgave 33.
4. Opgaver i CA, p.714: 1, 3, 5, 9. *Find kun de stationære punkter.* Opgaverne bør laves i hånden og i Maple. På Dag 2 skal der arbejdes videre med dem.

Dag 2

Forelæsning kl. 8-9: Lokalt ekstremum for funktion af flere variable. Hesse-matricen. CA: 709-713, (578-579).

- Kriterium for lokalt ekstremum for funktion af flere variable
- Spor og determinant for Hesse-matricen

Aktivitetsopgaver og klasseset kl. 9-12/14-17:

1. Opgaver i CA, p.714: 1, 3, 5, 9. Sidste gang blev de stationære punkter fundet. Deres type skal nu bestemmes vha. Hesse-matricen. Har man Maple til rådighed kan resultaterne kontrolleres ved at benytte *Hessian* i VectorCalculus-pakken. Det foreslås, at man ikke henter hele pakken. Her er skitseret en Maple-løsning af opgave 3:

```
with(LinearAlgebra): with(plots):  
Hesse:=VectorCalculus[Hessian]:  
f:=(x,y)->x^3+y^3-3*x*y;  
solve({diff(f(x,y),x)=0,diff(f(x,y), y)=0}, {x,y});  
H:=unapply(Hesse(f(x,y), [x,y]), x, y):  
H(0,0);  
Eigenvalues(%);  
H(1,1);  
Eigenvalues(%);  
plot3d(f(x,y),x=-2..3,y=-2..3,axes=framed);  
contourplot(f(x,y),x=-2..2,y=-2..2,contours=100);
```

2. Maplekommandoerne

```
f:=(x,y,z)->x^4+y^4+2*x^2*z+2*x*y^2+2*x^2-4*x*y-2*y^2+z^2-6*x+9:
{diff(f(x,y,z),x)=0,diff(f(x,y,z),y)=0,diff(f(x,y,z),z)=0}:
solve({diff(f(x,y,z),x)=0,diff(f(x,y,z),y)=0,diff(f(x,y,z),z)=0},{x,y,z});
giver som resultat
```

$$\{z = 0, y = -1, x = 0\}, \{x = 2, y = 1, z = -4\}, \{y = -3, x = -6, z = -36\}$$

Angiv de stationære punkter for funktionen f og afgør deres type.

3. Lad $f(z) = e^z - 1$ for alle $z \in \mathbb{C}$. Sæt $g(x, y) = |f(x + iy)|^2$ for alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Find de stationære punkter for g og vis, at de alle er egentlige minimumspunkter.

Hjemmeopgavesæt nr. 5, første halvdel

Ved hver hjemmeopgave anføres, om den skal regnes i hånden eller regnes ved hjælp af Maple. Ved de opgaver, der skal regnes i hånden skal man dog altid i størst mulige omfang selv kontrollere sine resultater vha. Maple eller lommeregner. *Regnefejl bør derfor slet ikke forekomme i hjemmeopgaverne.* Den vigtige del af det afleverede sæt er derfor argumentationen, beregningerne skal simpelthen være korrekte!

Besvarelsen af opgaverne afleveres sammen med besvarelsen af anden halvdel af sættet på Dag 2 i 13. semesteruge (E+M: senest kl. 15.00 torsdag den 8. maj. B+K: senest kl. 10.00 fredag den 9. maj):

1. Denne opgave skal regnes i hånden.
Funktionen f er givet ved forskriften

$$f(x, y) = \frac{xy}{1 + x^4 + y^2}$$

- Find de stationære punkter for f .
 - Det kan vises, at f i hele $\mathbb{R}^2$ antager såvel en største- som en mindsteværdi. Hvad er disse værdier?
 - Find lineariseringen P_1 af f ud fra punktet $(1, -1)$. Angiv ligningen for tangentplanen.
2. Denne opgave *skal* afleveres som et udskrift af et Maple-worksheet. Worksheet skal være forsynet med titlen "Hjemmeopgavesæt nr. 5, opgave 2", forfatter og dato.
Lad funktionen f være defineret ved

$$f(x, y) = \frac{x + 4y}{1 + 2x^2 + 2xy + 5y^2}$$

for $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

- Definer f som en funktion.
- Tegn grafen af f på rektanglet $[-2, 2] \times [-2, 2]$.
- Tegn et niveaukurvedidiagram for f , igen på rektanglet $[-2, 2] \times [-2, 2]$.
- Find de stationære punkter for f .
- Find Hessematricen for hvert stationært punkt og afgør ved hjælp af denne typen af punktet.