

DIPLOMAT Ugeseddel 6 DIPLOMAT

10. - 14. marts 2008

Bemærkning. De af os, der har Lay, Linear Algebra i den blå version, skal trække 16 fra alle sidetal.

Dag 1

Forelæsning kl. 8-10/13-15: Egenverdier og egenvektorer. Diagonalisering. LA: 335-341. Omvendt funktion. CA: 161-166.

- Diagonalisering
- Omvendt funktion

Opgaveregning i databaren kl. 10-12/15-17.

1. Opgaver i LA, p.341: Practice Problems 2-3. Håndregning.
2. Opgave i LA, p. 341: 4. Håndregning.
3. Opgaver i LA, p.341: 5 (håndregning), 7, 13, 14, 17, 18, 19. Brug gerne Maple.
4. Opgaver i LA, p.342: 33, 35. Brug først **Eigenvectors**, men prøv derefter **Eigenvalues** sammen med **NullSpace**.
5. Lad A være en tilfældigt valgt 3×3 -matrix med heltallige elementer mellem -99 og 99 . Find egenverdierne vha. Maple. Er de kønne? Prøv flere gange. Find også decimalbrøksapproksimationer til egenverdierne. Er de alle reelle? Mindst én af egenverdierne er reel. Hvorfor?
Følgende lille program undersøger for enhver af 1000 matricer med reelle elementer valgt tilfældigt mellem -9.0 og 9.0 om matricen udelukkende har reelle egenverdier:

```
antal:=0;  
to 1000 do  
A:=RandomMatrix(3,generator=-9.0..9.0);  
ev:=simplify(Eigenvalues(A));  
if not has(ev,I) then antal:=antal+1 end if;  
end do;  
antal;
```


Afprøv ovenstående lille program, men husk at skrive 9.0 ikke 9. Husk også kolon, *ikke* semikolon, efter **end do**. Hvor stor en procentdel af matricerne har udelukkende reelle egenverdier?
6. Hent på kursushjemmesiden filen *funktion.mw*. Det vigtige er, at få fat på piledefinitionen af en funktion i Maple.
7. Opgaver i CA, p. 167: 5, 11, 30. Opgaverne bør regnes i hånden.

Dag 2

Forelæsning kl. 8-9/13-14: Nye elementære funktioner. CA: 188-200.

- Arcusfunktionerne, dvs. omvendte trigonometriske funktioner: Kun arcsin, arccos, arctan.
- De hyperbolske funktioner: Kun sinh, cosh, tanh
- Areafunktionerne, dvs. omvendte hyperbolske funktioner

Aktivitetsopgaver og klasseset kl. 9-12/14-17:

1. Opgaver i CA, p.195: 1, 2, 3, 5, 7, 19, 22, 25.
2. Find integralerne

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \text{ og } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

3. Find integralet

$$f(x) = \int_0^x \frac{\sinh t}{1 + \cosh^2 t} dt$$

Vink: Substitution!

4. Opgaver i CA, p.200: 2, 7a, 7b, 7c, 11.

Hjemmeopgavesæt nr. 4, første halvdel

Ved hver hjemmeopgave anføres, om den skal regnes i hånden eller regnes ved hjælp af Maple. Ved de opgaver, der skal regnes i hånden skal man dog altid i størst mulige omfang selv kontrollere sine resultater vha. Maple eller lommeregner. *Regnefejl bør derfor slet ikke forekomme i hjemmeopgaverne.* Den vigtige del af det afleverede sæt er derfor argumentationen, beregningerne skal simpelthen være korrekte!

Husk at gemme det af læreren rettede sæt, da det skal afleveres sammen med 5. sæt i 13. semesteruge!

Besvarelsen af opgaverne afleveres sammen med besvarelsen af anden halvdel af sættet på Dag 2 i 11. semesteruge (E+M: senest kl. 15.00 torsdag den 24. april. B+K: senest kl. 10.00 fredag den 25. april):

1. Denne opgave skal løses i hånden.

- (a) Matricen A er givet ved

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 4 & -10 \\ -3 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Find egenverdier og tilhørende egenvektorer for A . Vis, at A kan diagonaliseres og anfør en diagonalmatrix D og en diagonaliserende matrix P , så $A = PDP^{-1}$.

- (b) Lad nu B være den matrix man får ved blot at ændre sidste række i A til $[0 \ 0 \ a]$.

Maplekommandoerne

```
B:=Matrix([[ -4, 4, -10], [-3, 3, -10], [0, 0, a]]):
```

```
Eigenvalues(B);
```

giver som output

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ a \end{pmatrix}$$

Undersøg, for hvilke værdier af a , at B er diagonaliserbar.

- (c) Kan a vælges, så B bliver invertibel?

2. Denne opgave *skal* afleveres som et udskrift af et Maple-worksheet. Worksheet skal være forsynet med titlen "Hjemmeopgavesæt nr. 4, opgave 2", forfatter og dato.

Lad A være matricen

$$A := \begin{pmatrix} 8.3 & 0.12 & -1.9 \\ -0.30 & -8.0 & 7.9 \\ 1.1 & -9.5 & -9.8 \end{pmatrix}$$

- (a) Find egenverdierne og tilhørende egenvektorer for A .

- (b) Lad Λ være diagonalmatricen med egenverdierne i diagonalen og lad P være matricen, hvis søjler er tilhørende egenvektorer. Vis, at $P\Lambda P^{-1} - A$ er lig med nulmatricen, når der ses bort fra afrundingsfejl.
- (c) Efter beregningen af $P\Lambda P^{-1} - A$ udføres kommandoen `simplify(map(fnormal,%))`. Forklar resultatet – støt dig til Maples hjælpefunktion for at forstå hvad kommandoen gør.