

DANMARKS TEKNISKE UNIVERSITET

EKSEMPEL Skriftlig prøve i Matematik EKSEMPEL
MAT 01905

Frejas dag den 13/13 2013, kl. 13.30 - 15.30

Antal opgaver: 5

Hjælpemidler: Alle.

Bedømmelse: Opgaverne vægtes som anført ved hver enkelt opgave.

Supplerende oplysninger: Mellemlregninger skal anføres i rimeligt omfang.

Lommeregner og computer må kun benyttes til kontrol, dog må de gerne benyttes til udregning af differentialkvotienter og ubestemte integraler.

Opgave 1 (20 point).

Maplekommandoerne

```
expand( (z-2*exp(I*Pi/3))*(z-2*exp(-I*Pi/3))*(z-exp(I*Pi/2))*(z-exp(-I*Pi/2))):  
sort(%);
```

resultater i polynomiet

$$z^4 - 2z^3 + 5z^2 - 2z + 4$$

Find på grundlag heraf rødderne i polynomiet. De ønskes angivet på rektangulær form. Vis på en figur røddernes placering i den komplekse plan.

Opgave 2 (20 point).

Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned}x_1 - 7x_3 &= 1 \\x_2 + 3x_3 &= 2 \\2x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= 11 \\-x_1 - 2x_2 + x_3 &= -5\end{aligned}$$

Opgave 3 (20 point).

Der er i Maple indtastet følgende kommandoer:

```
with(LinearAlgebra):
```

```
A:=Matrix([[1, -2, 8, 4,-11], [0, 1, -3, 0,4], [-4, 11, -41, -15, 54]]):
```

```
T:=<A|<0,0,0>>;
```

```
G:=GaussianElimination(T);
```

og Maple viser resultaterne

$$T := \begin{bmatrix} 1 & -2 & 8 & 4 & -11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 4 & 0 \\ -4 & 11 & -41 & -15 & 54 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G := \begin{bmatrix} 1 & -2 & 8 & 4 & -11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Løs på grundlag heraf det homogene ligningssystem

$$Ax = 0$$

2. Angiv en basis for nulrummet for A .

Opgave 4 (20 point).

Der er givet matricen

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -12 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Find egenverdierne for A .
2. Find en basis for egenrummet hørende til den største egenværdi.

Opgave 5 (20 point).

Find den løsning til differentiaalligningen

$$tx'(t) + 2x(t) = \sin t$$

der opfylder begyndelsesbetingelsen $x(\pi) = 0$.