

DANMARKS TEKNISKE UNIVERSITET

EKSEMPEL Skriftlig prøve i Matematik EKSEMPEL
MAT 01905

Frejas dag den 30. februar 2013, kl. 15.00 - 17.00

Antal opgaver: 5.

Hjælpemidler: Alle.

Bedømmelse: Opgaverne vægtes som anført ved hver enkelt opgave.

Supplerende oplysninger: Mellemregninger skal anføres i rimeligt omfang. Lommeregner og computer må kun benyttes til kontrol, dog må de gerne benyttes til udregning af differentialkvotienter og ubestemte integraler.

Opgave 1 (20 point).

Løs ligningen

$$(1 + i)z - (8 + 12i)e^{i\frac{\pi}{6}} = 0$$

Løsningen ønskes angivet på rektangulær form, dvs. på formen $x + iy$, hvor $x, y \in \mathbb{R}$.

Opgave 2 (20 point).

Løs ligningssystemet

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 - 8x_4 &= 16 \\2x_1 + 2x_2 - x_3 - 17x_4 &= 33 \\x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 &= 6\end{aligned}$$

Opgave 3 (20 point).

Matricen A er givet ved

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -6 & -6 \\ 4 & 13 & 9 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Vis, at A er invertibel og find den inverse A^{-1} .

Opgave 4 (20 point).

Der er i Maple allerede indtastet en 3×3 -matrix A . Derefter udføres Maplekommandoerne

```
with(LinearAlgebra):
```

```
CharacteristicPolynomial(A,lambda):
```

```
factor(%);
```

```
NullSpace(A+3);
```

og de resulterer i

$$(\lambda - 2)(\lambda + 3)^2$$
$$\left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

På basis af disse oplysninger skal man

1. angive egenverdierne for A ,
2. finde produktet $A \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$,
3. afgøre, om A kan diagonaliseres.

Opgave 5 (20 point).

Find løsningen til differentialligningen

$$\frac{dx}{dt} = (1 + x) \sin t$$

med begyndelsesbetingelsen $x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.