

Institut for Matematik, DTU: Gymnasieopgave

Appetitvækker : Togdynamik.

Teori: Erik Øhlenschläger, Grundlæggende Fysik 1 For Adgangskursus og HTX , Gyldendal 1993, 2. udgave, siderne 73 - 75 , 94 -95 og 116-117 .
Grundlæggende Fysik 2 For HTX Højniveau, Gyldendal 1993, 3. udgave, siderne 25 - 33 .

1. Fra damplokomotiv til dieseldrift.

Figur 1.

Lokomotiver kan konstrueres med tre forskellige energikilder, nemlig damp, diesel og el. I et damplokomotiv bruges normalt kul til opfyring. Ved afbrænding af kullene frembringes varme, og denne varme bruges til at koge vand. Damptrykket omsættes så i et mekanisk transmissions-system til moment på drivhjulene.

Damplokomotivet var en teknologisk simpel, men meget vedligeholdelses tung og brændselskrævende konstruktion, og i perioden fra 1940 frem til 1970 forsvandt dampdriften i stort set alle vestlige lande, mens enkelte lande i den tredje verden stadig opretholder dampdrift i mindre skala.

Ved afskaffelsen af dampdriften kunne man gå to veje: Mod dieseldrift eller mod eldrift. I et diesellokomotiv omsættes kemisk energi fra dieselolien i en eller to motorer til mekanisk energi, der så gennem et transmissionssystem omsættes til et moment på drivhjulene. I et elektrisk lokomotiv omsættes den elektriske energi fra køreledningen gennem et transmissionssystem til moment på drivhjulene.

Dieseldriften blev foretrukket i egne med store afstande, gode olieressourcer og med ringe adgang til vandkraft såsom USA, Canada og Australien, og eldriften var naturligvis attraktiv i egne med stor befolkningstæthed og tæt toggang, ringe olieressourcer og god adgang til vandkraft. Central-europa er eldriftens højborg hvor et land som Schweiz må fremhæves som værende 100% elektrificeret.

I Danmark valgte man i begyndelsen af 1950erne at gå fra dampdrift til dieseldrift. Valget af dieseldrift fremfor elektrificering skyldtes lavere anlægsomkostninger, en hurtigere ændring af materiellet samt manglende kapacitet i elforsyningen. Dieseldriften blev indført i form af amerikansk konstruerede diesellokomotiver med elektrisk transmissionssystem, der fungerer ved

at dieselmotoren trækker en elektrisk generator. Den frembragte elektriske energi ledes derefter ned til nogle elektromotorer, såkaldte *banemotorer*, der trækker drivakserne rundt. Dette system



Figur 2.

har den fordel, at man kan udnytte dieselmotorens ydeevne maksimalt ved både lave og høje hastigheder og med både tunge godstog og lette persontog.

Det skulle vise sig at de nye diesellokomotiver var særdeles driftsikre og vedligeholdelsesvenlige, og der skulle en oliekrise til at vække tanker om elektrificering i Danmark til live igen. I 1979 vedtog Folketinget loven om elektrificering af de danske jernbaner, men der var ikke sat nogen tidsfrist på. I 1986 startede eldriften på Kystbanen med nyindkøbte elektriske lokomotiver. De fungerede i princippet ligesom diesellokomotiverne, bortset fra at dieselmotoren og generatoren var erstattet af en strømaftager og en meget stor transformator!



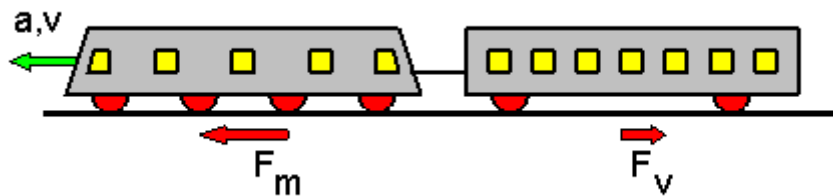
Figur 3.

Imidlertid var eldriften hverken en økonomisk eller trafikal succes. De nye ellokomotiver kørte ikke bedre end de ældre diesellokomotiver, og publikum var for alvor begyndt at sive tilbage til personbilerne i takt med de faldende oliepriser i 1980'erne. Man valgte at satse på et komfortløft i stedet for en meget kostbar teknologiændring og indførte det dieseldrevne motorvognstog IC3, der har stået fadder til samtlige senere anskaffelser af passagertog ved DSB.

Resultatet er, at DSB i disse år har mange forskellige materieltyper med mange forskellige teknologier. Således er ca. 50% af de dobbeltsporede og ca. 5% af de enkeltsporede strækninger udenfor S-banen elektrificerede, og ca. 75% af DSB's passagertog køres med diesel.

2. Fysisk model.

2.1. Dynamisk og statisk masse.



Figur 4. Lokomotiv med passagervogn.

Vi skal se på dynamikken for et tog. Til dette formål vil vi benytte de grundlæggende sætninger fra den mekaniske fysik. Den centrale sætning er her *massecenter sætningen*, der siger

$$(1) \quad m a = F_{ydre} \quad , \quad \text{massecentersætningen}$$

hvor $m = m_m + m_v$ er den samlede masse af lokomotivet og passagervognene, a er massecentrets acceleration og F_{ydre} er den resulterende ydre kraft på systemet. Massecenter sætningen er egentlig en vektorligning. Her benytter vi sætningen i projektion på togets kørselsretning. a er da togstammens øjeblikkelige acceleration i kørselsretningen.

Ser vi på et togsæt som helhed, vil de ydre kræfter på toget komme fra skinnerne, idet vi i første omgang ser bort fra luft- og rullemodstanden. På lokomotivet, vil der fra skinnerne på de drivende hjul virke en resulterende kraft F_m i fremadgående retning, se figuren. Årsagen til disse kræfter er motoren, der påvirker drivhjulene til drejning fremad. Herved vil hjulene så at sige vil "sparker bagud" på skinnerne med kraften F_m . På passagervognene, der blot bliver trukket af lokomotivet, vil skinnerne modvirke hjulenes bevægelse og dermed påvirke vognene med bagud rettede kræfter F_v , se figur 4.

Massecenter sætningen for hele togstammen giver da

$$(2) \quad (m_m + m_v) a = F_m - F_v \quad .$$

Det er altså kræfterne fra skinnerne på lokomotivet, der driver toget frem. Hvad med motoren, vil nogle spørge, er det ikke den der får toget til at accelerere. Jo, men kun indirekte, som vi skal se i det næste afsnit.

Glider hjulene ikke, men foretager de hele tiden en ren rulning, vil kræfterne F_m og F_v ikke udføre noget arbejde, idet skinnekræfterne ikke bevæger deres angrebspunkt! (I det punkt, hvori hjulet rører skinnen, er hastigheden af hjulet nul). Hvordan kan toget så i det hele taget bevæge sig fremad, når de ydre kræfter ikke udfører noget arbejde? Svaret er, at toget ikke er et stift legeme, men det består af bl. af en motor med tilhørende bevægelige drivaksler. Det er således de indre kræfter eller momenter fra motoren på akslerne, der bevæger deres angrebspunkter, og således udfører et arbejde.

Den kinetiske energi i systemet består dels af den translatoriske kinetiske energi, der er proportional med den samlede masse m af togstammen, og dels af den relative kinetiske energi, som skyldes hjulenes drejning om deres aksler, og som er proportional med hjulenes inertimomenter I_{hjul} omkring akslerne. Den samlede kinetiske energi E_{kin} af togstammen kan udtrykkes

$$(3) \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_{\text{hjul}} \omega^2, \quad \text{kinetisk energi},$$

hvor v er togets fart og ω er hjulenes vinkelhastighed. Er hjulenes rulleradius r , har vi ved ren rulning sammenhængen

$$(4) \quad v = r \omega.$$

Indsættes (4) i (3) kan den kinetiske energi skrives

$$(5) \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_{\text{hjul}} \left(\frac{v}{r} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(m + \frac{I_{\text{hjul}}}{r^2} \right) v^2 = \frac{1}{2} m_{\text{dyn}} v^2,$$

hvor vi har indført den dynamiske masse m_{dyn} ved

$$(6) \quad m_{\text{dyn}} = m + \frac{I_{\text{hjul}}}{r^2}, \quad \text{dynamisk masse}.$$

Ved at indføre m_{dyn} opnår vi, at vi at udtrykket for den kinetiske energi for togsættet svarer til den kinetiske energi for en enkelt partikel med massen m_{dyn} og farten v .

2.2. Motorens effekt.

Er motorens effekt P_{motor} , kan vi udtrykke effekten som den tidsafledede af den kinetiske energi, givet ved (5), altså

$$(7) \quad P_{\text{motor}} = \frac{dE_{\text{kin}}}{dt} = m_{\text{dyn}} v a, \quad \text{motor effekten}.$$

Er motorens effekt konstant, kan vi se af udtrykket (7), at togets accelerationen a bliver stor, når farten v er lille og omvendt. Ud fra (7) kan vi finde accelerationen udtrykt ved farten

$$(8) \quad a(v) = \frac{P_{\text{motor}}}{m_{\text{dyn}} v}.$$

Da $m_{\text{dyn}} > m$, bliver accelerationen a mindre end den, vi ville få, hvis toget kunne regnes for en enkelt partikel med massen m . Dette skyldes, at noget af motorens effekt medgår til at forøge hjulenes kinetiske energi, på bekostning af togets translatoriske energi.

Der er dog grænser for, hvor stor en acceleration vi kan opnå. Bliver kræfterne fra skinnerne for store på drivhjulene, vil hjulene glide.

2.3. Coulomb friktion.

Antager vi, at vi har Coulomb friktion på drivhjulene, vil den maksimale værdi, som den samlede friktionskraft F_m kan antage, være μN , hvor μ er den statiske friktionskoefficient og N er normalkraften på drivhjulene. Normalkraften er imidlertid ikke ligeligt fordelt på alle hjulene. På grund af den bagud rettede trækraften fra vognene på lokomotivet, vil normalkræfterne på de forreste hjul formindskes i forhold til de bagerste hjul, hvorfor man må formode, at lokomotivets

forreste hjul glider først. For simpelheds skyld antager vi, at lokomotivets vægt er ligeligt fordelt på alle hjul, og at alle hjulene glider på samme tid. Herved får vi betingelsen for ren rulning

$$(9) \quad F_m \leq F_{m,\max} = \mu N = \mu m_m g \quad , \quad \text{Coulomb friktion,}$$

hvor $g = 9,82 \text{ m/s}^2$ er tyngdeaccelerationen og m_m er lokomotivets masse. Den største acceleration a_{\max} , som vi kan opnå ud glidning, er

$$(10) \quad (m_m + m_{v,\text{dyn}}) a_{\max} = F_{m,\max} = \mu m_m g \quad ,$$

hvor vi har sat $F_v = \frac{l_{\text{hjul}}}{r^2} a_{\max}$ og derved kunne indføre den dynamiske masse $m_{v,\text{dyn}}$ af vognene, se ligning (6). Løser vi (10) med hensyn til a_{\max} , finder vi

$$(11) \quad a_{\max} = \mu g \frac{m_m}{m_m + m_{v,\text{dyn}}} \quad ,$$

Ved hjælp af (8) kan vi udtrykke a_{\max} for en given motoreffekten P_{motor} . Den mindste fart v_{\min} , som vi kan opnå, uden at hjulene på trækakslerne glider på skinnerne, er da

$$(12) \quad v_{\min} = \frac{P_{\text{motor}} (m_m + m_{v,\text{dyn}})}{\mu g m_m (m_{m,\text{dyn}} + m_{v,\text{dyn}})} \cong \frac{P_{\text{motor}}}{\mu g m_m} \quad .$$

Vi har her udnyttet, at forholdet imellem parenteserne i tælleren og nævneren næsten er 1, idet differencen $m_{m,\text{dyn}} - m_m$ er lille i forhold til den samlede dynamiske masse $m_{m,\text{dyn}} + m_{v,\text{dyn}}$ af toget.