

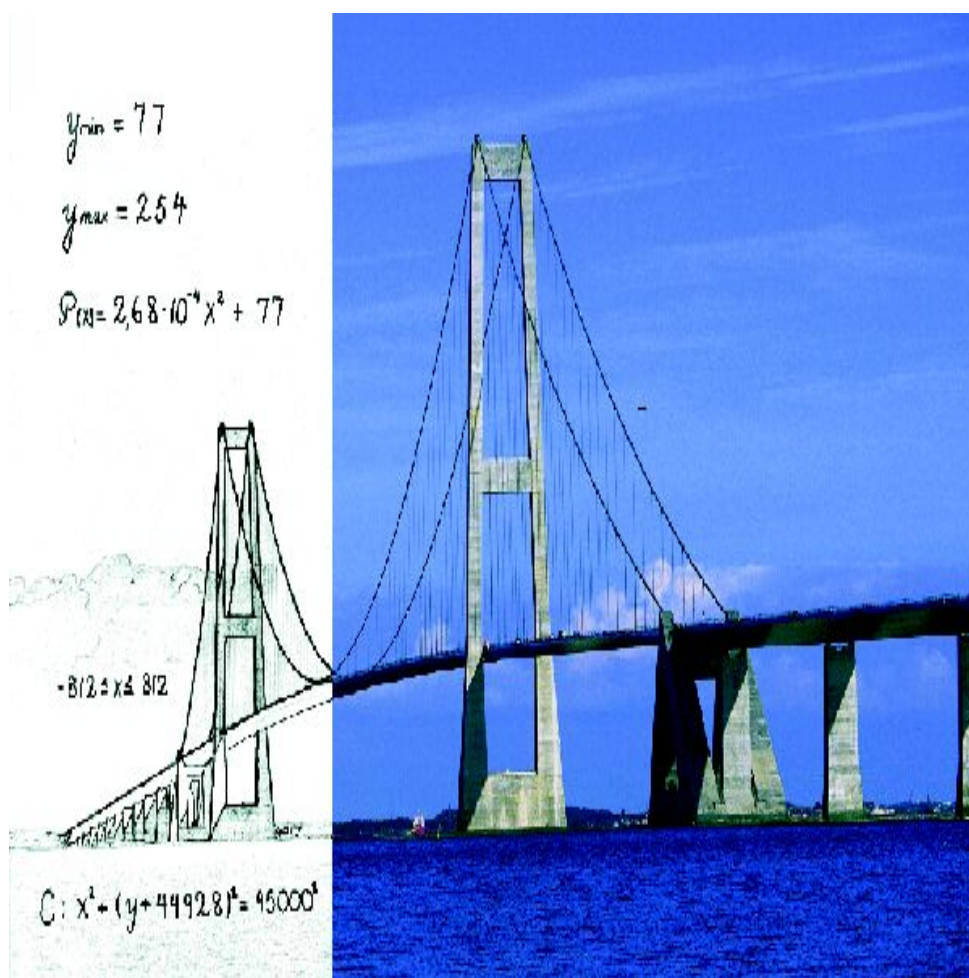
Institut for Matematik, DTU: Gymnasieopgave

Storebæltsbroen.

Teori: Hellesen & Oddershede Larsen bind 1, § 7.1 - 7.2 og supplement 7A.

Storebæltsbroen.

Nedenstående figur er hentet fra plakaten "World Mathematical Year 2000" for Verdens matematik år 2000, der viser Storebæltsbroen, der med et spænd på 1624 meter er den længste hængebro i Europa.



Storebæltsbroen

Figuren kan også findes på hjemmesiden for Deutschen Mathematiker-Vereinigung

<http://www.mathematik.de/s1/bruecke.htm> .

Der står blandt andet:

"Den første ligning er en parabel-ligning, der beskriver formen af tovet i det midterste afsnit. Nedenunder, står en cirkelligning. Et udsnit af denne cirkel angiver formen af selve broen med kørebanen"

Endvidere står der:

"Opmærksomme besøgende af denne hjemmeside har undret sig over, at der her står en parabel-ligning, selvom det egentlig skulle have været en kædelinie."

Og der fortsættes

*"Det er rigtigt. Et tov eller en kæde hænger **ikke** med form som en parabel, men snarer i en form som en kædelinie. Kædelinien er (på nær en skalering) grafen af Cosinus Hyperbolicus , altså funktionen $(\exp(x)+\exp(-x))/2$. Overfladisk set er parablen og Kædelinien næsten ens, og det var først i det 17. århundrede, at man bemærkede denne lille forskel.*

*Men, det er også rigtigt, at hvis tovet **ikke** hænger frit, men er brugt til at bære en Bro, så er den optimale form virkelig en parabel"*

Opgave.

Opgaven går ud på at undersøge for Storebæltsbroen , hvor stor forskellen er, når tovets form beskrives ved kædelinien, se gruppeopgave 4,

$$(1) \quad y(x) = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right) + c \quad , \quad \text{kædelinien}$$

og parablen

$$(2) \quad p(x) = 77 + 2.68 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 \quad , \quad \text{parablen}$$

For Storebæltsbroen gælder at spændvidden $L = 1624$ meter og pylonernes højde over havet er $h = 254$ m over havet.

1. Bestem konstanterne a og c for Storebæltsbroen.
2. Find et udtryk for Taylorrækken for funktionen $f(x) = \cosh(x)$ i udviklingspunktet $x_0 = 0$.
3. Find ved hjælp af Taylorpolynomiet af 2. grad $p_2(x)$ for $f(x) = \cosh(x)$ beregnet i udviklingspunktet $x_0 = 0$ et tilnærmet udtryk for tovets form, og sammenlign dette med $p(x)$ givet i (2) .