

Institut for Matematik, DTU: Gymnasieopgave

Brug af logaritmer.

Teori: Hellesen & Oddershede Larsen, bind 1, § 2.1 og § 2.4.

Decibel.

Mange fysiske størrelser, som vi måler, varierer over et stort talområde. Dette gælder f.eks. lydtrykket, som vores øre opfanger. Lydtrykket er meget små ændringer i luftens tryk, der er kraften pr. areal. I SI-enheder måles lydtrykket i newton pr. kvadratmeter eller forkortet N/m^2 . Enheden N/m^2 er så almindelig, at man har kaldt den pascal, der forkortes Pa.

- Det laveste lydtryk p_{\min} , som øret kan opfatte er $p_{\min} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa.
- Det højeste lydtryk, som øret kan udholde (smertegrænsen) er ca. $p_{\max} = 20$ Pa.

Det høje lydtryk p_{\max} kan vi møde, når vi går på diskotek "Upstairs" i Sisimiut.

Vi ser, at lydtrykket kan variere med en faktor på ca. 1 million eller 10^6 . Vi siger, at lydtrykket varierer over 6 **dekader**.

Så store forskelle i måleværdierne har vi svært ved at "forstå" eller at forholde os til, ligesom det er svært at afbilde talværdierne direkte på et stykke A4-papir.

Man indfører derfor det logaritmiske mål **decibel** for lydtrykket. Decibel forkortes dB. Har vi målt et lydtryk p i enheden Pa, er decibel værdien for lydtrykket defineret ved

$$\text{Lydtryk i decibel} = 20 \cdot \log\left(\frac{p}{p_{\min}}\right) \text{ dB} \quad \text{hvor } p_{\min} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa},$$

Hvor $\log(x)$ er 10-talslogaritmen.

Opgave.

Hvor stor er dB værdien for lydtrykket, når $p = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa, det mindste lydtryk, vi kan høre?

Hvor stor er dB værdien for lydtrykket, når vi taler almindeligt sammen, hvis $p = 10^{-2}$ Pa?

Hvor stor er dB værdien for lydtrykket, hvis vi er ombord på en stor fiskerkutter, hvor p måles til 1,0 Pa?

Hvor stor er dB værdien af lydtrykket på diskotek Upstairs, når p måles til 20 Pa?

Teori. Harremoes, Ovesen, Jacobsen. Lærebog i GEOTEKNIK, side 2.2 .

Logaritmisk afbildning.

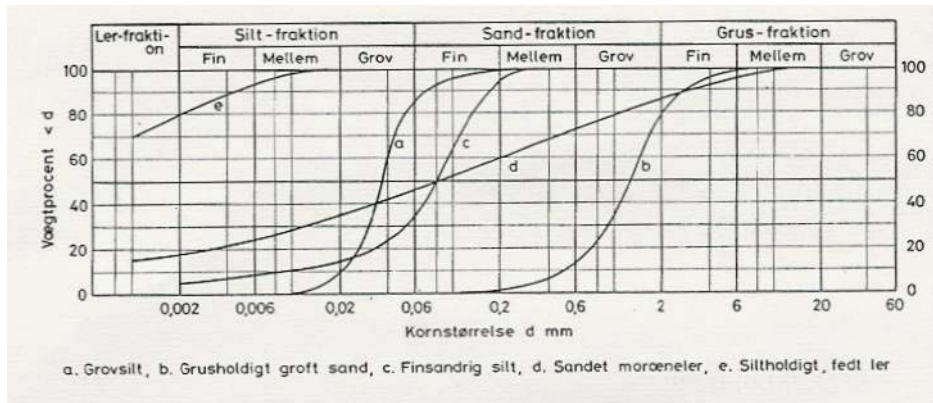


Fig. 1 . Kornstørrelsesfordeling af forskellige dediment.

Når vi skal afbilde størrelser, hvor talværdierne varierer over flere dekader, benytter vi ofte en logaritmisk afbildning. I fig 1 er vist størrelsesfordeling af kornstørrelserne i forskellig sediment eller aflejringer.

Ser f.eks. på kurve b for grusholdigt, groft sand med x-værdien $x = 2$ mm , Aflæser vi på y-aksen værdien $y = 80\%$ vægtprocent. Det betyder, at for grusholdigt, groft sand vil den del af materialet, der har en kornstørrelse mindre end 2 mm veje 80% af den totale vægt.

Opgave. I det følgende betragter vi SANDET MORÆNELER.

1. Lav en tabel over størrelsesfordelingen af kornstørrelsen for følgende 8 kornstørrelser 0.002 , 0.006 , 0.02 , 0.06 , 0.2 , 0.6 , 2.0 og 6.0 mm .

Kornstørrelse i mm	Fordeling af vægtprocent
0.002	
0.006	
0.02	
0.06	
0.2	
0.6	
2.0	
6.0	

2. Lav dernæst en figur over størrelsesfordelingen af kornstørrelsen med en lineær skala for kornstørrelsen.
3. Hvor stor skal maskestørrelsen være i en sigte, når vi ønsker at 60% vægtprocent af materialet skal gå gennem sigten ?
4. Hvor en vægtprocent af materialet vil indeholde kornstørrelser, der ligger i imellem 0,4 mm og 0,8 mm