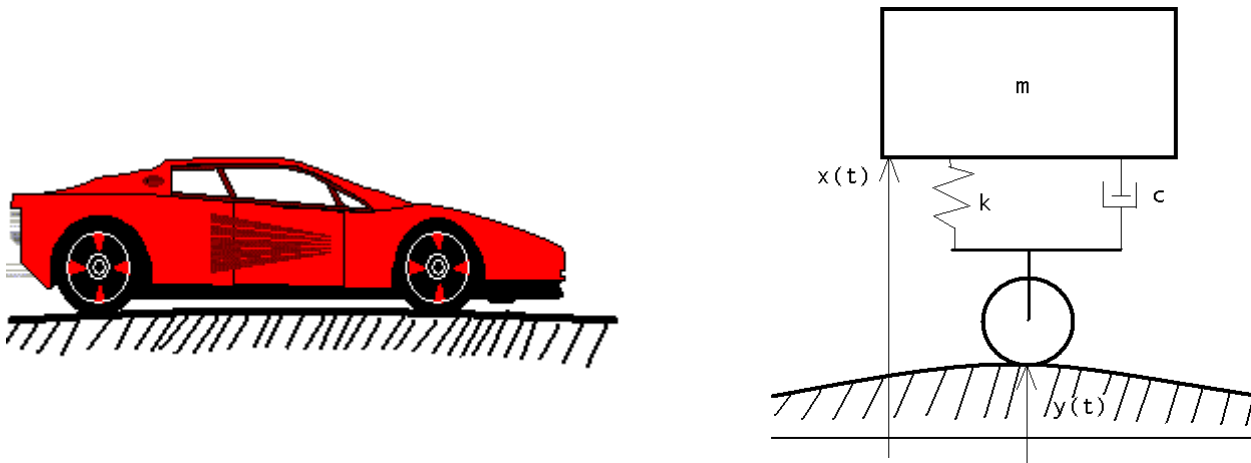


Institut for Matematik, DTU: Gymnasieopgave

### Bilkørsel på bulet vej

**Opgave.** Løsning af 2. ordens inhomogen differentialligning



Figur 1. Simple model af en bil.

#### Synopsis.

Vi ønsker at bestemme bilens lodrette svingninger, når den kører hen over en enkelt bule, som vi modellerer som en del af en sinuskurve. Opgaven går da ud på at løse en simpel inhomogen 2. ordens differentialligning med en stykvis givet funktion på højresiden.

#### Matematisk model.

Ud fra Newtons 2. lov kan vi opstille følgende 2. ordens differentialligning, se figur 1,

$$m\ddot{x}(t) = -k(x(t) - y(t)) - c(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)), \text{ Newtons 2. lov.}$$

Ved at samle leddene med  $x(t)$  på venstre side og leddene med  $y(t)$  på højre side, får vi følgende 2. ordens differentialligning i  $x(t)$

$$(1) \quad m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = ky(t) + c\dot{y}(t), \text{ 2. ordens differentialligning}$$

Ligningen (1) er en 2. ordens inhomogen differentialligning med konstante koefficienter.

I denne opgave vil vi simplificere differentialligning (1), idet vi vil antage, at  $c = 0$ .

Differentialligningen får herefter den simple form

$$(2) \quad m\ddot{x}(t) + kx(t) = ky(t)$$

**Opgave.**

Vi forestiller os, at bilen kører over en enkelt bule, hvis højdevariation beskrives en funktion  $y(t)$  af tiden  $t$ , som er givet ved

$$y(t) = \begin{cases} \sin 2(t) & , \quad 0 \leq t \leq \pi/2 \quad , \\ 0 & , \quad \pi/2 < t < \infty \quad . \end{cases}$$

Den samlede masse af bilen er  $m = 800$  kg, og den samlede fjederstivhed af hjulene er  $k = 20,0 \cdot 10^3$  N/m.

Bevægelsen starter med begyndelsesbetingelserne  $x(0) = 0$  og  $x'(0) = 0$ .

1. Prøv at finde løsningen til (1) i hånden. Se på løsningen til (1) for  $t < \pi/2$  og for  $t > \pi/2$ .  
Styk derefter løsningerne sammen, således at  $x(t)$  og  $x'(t)$  er kontinuerte for  $t = \pi/2$ .
2. Find løsningen til (1) ved hjælp af MAPLE..
3. Optegn løsning  $y(t)$  for  $0 \leq t < 2\pi$
4. Prøv at finde løsningen til den mere realistiske model med de forskellige dæmpninger  $c_1 = 2,4 \cdot 10^3$  (Ns)/m,  $c_2 = 4,8 \cdot 10^3$  (Ns)/m,  $c_3 = 8,0 \cdot 10^3$  (Ns)/m og  $c_4 = 20,8 \cdot 10^3$  (Ns)/m fra MAPLE øvelse 3.