

DESIGNMAT EFTERÅR 2011: UGESEDDEL 9

INSTITUT FOR MATEMATIK

1. FORBEREDELSE

Læs igen om [14.2 Epsilon-funktioner](#). Læs nu [15.4 Epsilon-funktioner af to variable](#). Hvilke af følgende funktioner $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ er epsilonfunktioner?

$$f_1(x, y) = x + y^2, \quad f_2(x, y) = \cos(x) + \sin(y), \quad f_3(x, y) = \cos(x) \sin(y).$$

2. AKTIVITETER MANDAG 13–17

2.1. **Forelæsning.** [eNote 15: Funktioner af to variable](#) (15.1-15.5).

- Norm i $\mathbb{R}^k$.
- Punktmængder i $\mathbb{R}^k$: Topologiske begreber.
- Funktion af flere variable.
- Graf og niveaukurve for funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.
- Grænseværdi og kontinuitet for funktion $f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^m$.
- Modellering: gitter konstruktioner (kræfter og forskydninger).

2.2. **Øvelser.** Se Maplefilen "*MaplekommandoerUge9.mw*", der findes på [CampusNet](#).

1. Tegn i ethvert af de nedenstående tilfælde en skitse af den angivne punktmængde A , det indre A° , randen ∂A og afslutningen $\bar{A}$. Undersøg endvidere, om A er åben, afsluttet eller ingen af delene. Angiv endelig, om A er begrænset eller ikke.
 - (a) $\{(x, y) \mid xy \neq 0\}$.
 - (b) $\{(x, y) \mid 0 < x < 1 \text{ og } 1 \leq y \leq 3\}$.
 - (c) $\{(x, y) \mid y \geq x^2 \text{ og } |x| < 2\}$.
 - (d) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 - 2x + 6y \leq 15\}$.Håndtegning, men prøv også Maples *implicitplot* på (d).
2. Tegn i ethvert af nedenstående tilfælde en skitse af den angivne punktmængde A . Undersøg, om A er åben, afsluttet eller ingen af delene.
 - (a) $\{(x, y) \mid 3x^2 + 2y^2 < 6\}$.
 - (b) $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1 \text{ og } y > 0\}$.
 - (c) $\{(x, y) \mid x^2(1 - x^2 - y^2) > 0\}$.
 - (d) $\{(x, y) \mid 0 < x - y \leq 1 \text{ og } y > 4\}$.
3. Brug i ethvert af nedenstående tilfælde Maple til at tegne en passende del af grafen for funktionen $f(x, y)$. (Se Definition 15.13 om grafer). Her betyder "passende" at billedet skal give en god idé, om hvordan hele grafen ser ud (hvis dette er muligt).
 - (a) $f(x, y) = x^2 + y^2$.
 - (b) $f(x, y) = \max\{|x|, |y|\}$.
 - (c) $f(x, y) = |x| + |y|$.
 - (d) $f(x, y) = \cos(x)$.

4. Brug for ethvert af nedenstående funktioner $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ Maple til at tegne niveaukurver givet ved $f(x, y) = C$ for de angivne værdier af konstanten C .
- (a) $f(x, y) = x^2 + y^2, \quad C \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - (b) $f(x, y) = x^2 - 2y, \quad C \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$.
 - (c) $f(x, y) = \max\{|x|, |y|\} \quad C \in \{1, 2, 3\}$.
5. For hver af de nedenfor givne funktioner af to variable gælder, at definitionsmængden ikke er hele planen, men $\mathbb{R}^2 \setminus M = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x \notin M\}$, hvor $M \neq \emptyset$ (dvs. M ikke er tom). Angiv i hver tilfælde punktmængden M , og gør rede for, at $f : \mathbb{R}^2 \setminus M \rightarrow \mathbb{R}$ er kontinuert. Undersøge endelig, om funktionene har en kontinuert udevidelse, enten til $\mathbb{R}^2$ eller til $\mathbb{R}^2 \setminus L$, hvor $L \subset M$.
- (a) $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$.
 - (b) $f(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$.

3. UGENS MAPLEPROCEDURER

implicitplot plot3d contourplot contourplot3d

4. HJEMMEOPGAVER

- A. Svar på samme spørgsmål som står på øvelse 5., for følgende funktioner
- (a) $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{\arctan(x - y)}$.
 - (b) $f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x - y}$.
- Vink Vi har $\frac{\arctan u}{u} = \frac{\arctan u - \arctan 0}{u - 0} \rightarrow \arctan'(0)$ for $u \rightarrow 0$ ifølge definitionen på differentialkvotienten. Altså $\frac{\arctan u}{u} \rightarrow 1$ for $u \rightarrow 0$.
- B. For enhver af de nedenfor givne funktioner $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tegnes en skitse, der viser
- de kurver, hvor $f(x, y) = 0$,
 - de punktmængder, hvor $f(x, y) > 0$,
 - de punktmængder, hvor $f(x, y) < 0$.
- (Man kan brug implicitplot i Maple med filledregions=true).
- (a) $f(x, y) = xy(x^2 - 2x + y^2)$.
 - (b) $f(x, y) = xy^2(4x^2 + y^2 - 2y - 3)$.
 - (c) $f(x, y) = (x + y - 1)(x - y - 1)(y + 4)$.