

DESIGNMAT EFTERÅR 2011: UGESEDDEL 8

INSTITUT FOR MATEMATIK

1. FORBEREDELSE

- Læs [14.1 Definitionsmængde og værdimængde](#), og løs Opgave 14.3.
- Læs Definition 14.5 om epsilon-funktioner. Hvilke af følgende funktioner er epsilon-funktioner?

$$f(x) = \tan(x), \quad f(x) = \cos(x), \quad f(x) = \begin{cases} 1, & \text{hvis } x \neq 0, \\ 0, & \text{hvis } x = 0. \end{cases}$$

2. AKTIVITETER MANDAG 13-17

2.1. Forelæsning. Emner fra [eNote 14 Elementære funktioner](#).

- Epsilon-funktioner.
- Kontinuitet og Differentiabilitet.

2.2. Øvelser.

1. Vis, at 0-udvidelsen $\hat{f}(x)$ af funktionen $f(x) = |x|/x$ ikke er en epsilon-funktion.
2. Vis, at 0-udvidelsen af funktionen $f(x) = \sin(1/x)$ ikke er en epsilon-funktion.
3. Vis, at 0-udvidelsen $\hat{f}(x)$ af funktionen $f(x) = |x-3|/(x-3)$ ikke er kontinuert i $\mathbb{R}$.
4. (a) Vis, at $x^2 = c^2 + 2c(x-c) + (x-c)^2$, for alle $x, c \in \mathbb{R}$.
(b) Brug Definition 14.12 til at vise følgende: $\frac{d}{dx}x^2 = 2x$.
5. *Brug kun håndkraft, men svar må kontrolleres med Maple:* Find differentialkvotienterne af følgende funktioner for enhver x -værdi i de respektive definitionsmængder:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= (x^3 + 1) \cos(x), \\ f_2(x) &= \cos(x)/(x^3 + 1), \\ f_3(x) &= \cos(x^3 + 1), \\ f_4(x) &= (\cos(x))^3 + 1. \end{aligned}$$

3. HJEMMEOPGAVER

A. Lad $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være givet ved $f(x) = 2x + 1$.

(a) Find en epsilon-funktion $\varepsilon_f(x)$ således at

$$f(x) = (2x_0 + 1) + 2(x - x_0) + (x - x_0) \cdot \varepsilon_f(x - x_0),$$

for alle $x_0 \in \mathbb{R}$.

(b) Brug ligning (14-11) i Definition 14.12 til at vise, at $f'(x) = 2$.