

DESIGNMAT FORÅR 2012: UGESEDDEL 7

INSTITUT FOR MATEMATIK

1. FORBEREDELSE

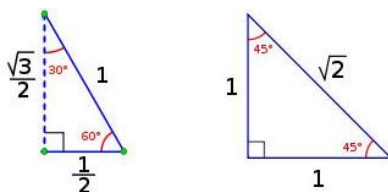
Du må godt læse gennem [eNote 29.1-29.6 Komplekse tal](#). Indførelse af de komplekse tal i forelæsningsen vil være anderledes som står på eNoter, og det vil være interessant, at se to forskellige synsvinkler.

2. AKTIVITETER MANDAG 13-17

2.1. **Forelæsning.** Emner fra [eNote 29.1-29.6 Komplekse tal](#).

- Indførelse af de komplekse tal.
- Polær repræsentation.
- Den komplekse eksponentialfunktion.
- Regning med komplekse tal.

2.2. **Øvelser.** *Bemærk:* I følgende opgaver skal man blive bekendt med de algebraiske egenskaber og den polære form af komplekse tal ved at regne med dem i hånden. Til nogle af de nedenstående opgaver, har man brug for værdier af sinus og cosinus for vinkler i en retvinklet trekant, der har vinkler $\pi/3 - \pi/6$, eller $\pi/4 - \pi/4$.



1. Angiv følgende komplekse tal på formen $a + ib$ (hvor a og b er reelle tal). Indtegn de fundne tal i den komplekse plan.
 - (a) $(5 + i)(1 + 9i)$,
 - (b) $i + i^2 + i^3 + i^4$,
 - (c) $\frac{1}{1+3i} + \frac{1}{(1+3i)^2}$,
 - (d) $(3 + 2i)(1 + i)^2 + (5 + i)(1 + 9i)$.
2. Benyt fortolkningen af et komplekst tal som et punkt i den komplekse talplan til at angive hver af de nedenstående punktmængder på en figur. (Geometrisk kan man sige at, hvis z og w er to kompleksetal, så er den numeriske værdi af forskellen $|z - w|$ blot afstanden mellem de to punkter).
 - (a) $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - i| < 2\}$,
 - (b) $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - i| = |z + 1|\}$.
3. Følgende tal er skrevet på polær form $re^{i\theta} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$. Integn hvert af tallene i den komplekse plan, og brug dette til at beregne $a + bi$ formen af dem.
 - (a) $4e^{-i\pi}$,
 - (b) $2e^{\frac{4\pi}{3}i}$,
 - (c) $6e^{\frac{21}{4}\pi i}$.

4. Integn følgende komplekse tal i den komplekse plan, og find derefter modulus og hovedargument for hvert af tallene. Skriv svar som et tal på $re^{i\theta}$ form.
- (a) $2 + 2i$.
 - (b) $\sqrt{3} - i$.
5. Bestem de komplekse tal z , som opfylder ligningen $\bar{z} = z^2$.
6. Den komplekse exponentialfunktion er defineret ved $e^z = e^x e^{iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$, hvor $z = x + iy$. Vis at $e^z \neq 0$ for alle $z \in \mathbb{C}$.

3. HJEMMEOPGAVER

- A Brug polær form til at reducere følgende udtryk:

$$(1 - i)^8 \quad \text{og} \quad \frac{(\sqrt{3} + i)^6}{(1 + i)^3}.$$

(Svar må skrives enten på polær eller rektangulær form.)

- B For hvilke komplekse værdier af z er $z^2 = |z|^2$?