

DESIGNMAT EFTERÅR 2011: UGESEDDEL 4

INSTITUT FOR MATEMATIK

1. FORBEREDELSE

Læs [9.2.4 Den komplekse problemstilling](#). Løs Opgaver 9.36.

2. AKTIVITETER MANDAG 13–17

2.1. Forelæsning.

- [9.2.4 Den komplekse problemstilling](#).
- [eNote 12: Linære 1. ordens differentialligningssystemer](#)
- Sætning 12.2: den fuldstændige løsningsmængden L_{hom} når der er en (komplekse) egenbasis.
- Metode 12.4: at finde reelle løsningsmængde til 2 koblede differentialligninger. (Bemærk: Metode 12.4 på enoter mangler tilfædet når der findes kun en egenværdi med geometriske multiplicitet 2. Løsningen er det samme som det første tilfælde i 12.4.)
- Metode 12.13: at omforme en n -te ordens lineær differentialligning som et 1. ordens differentialligningssystem.
- Modellering: Fortsætte med harmoniske svingninger.

2.2. Øvelser.

- (1) Find den fuldstændige løsning til differentialligningssystemet

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

ved at bestemme egenværdier og egenvektorer for systemmatricen (Maple må bruges hertil).

- (2) Find den fuldstændige komplekse løsning til differentialligningssystemet

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

ved egenværdimetoden som i første øvelse. Find derefter den fuldstændige reelle løsning til samme system.

- (3) (a) Løs differentialligningssystemet

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_1(t) + 3x_2(t), \\ x_2'(t) &= 4x_1(t) + 5x_2(t). \end{aligned}$$

- (b) Find den løsning, der opfylder begyndelsesbetingelserne $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 10$.

- (4) Find vha. Metode 12.7 den fuldstændige løsning til differentialligningssystemet

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

(5) Givet differentialligningen

$$(1) \quad y'' - 4y' + 4y = 0$$

- (a) Find den fuldstændige løsning til (1) ved håndkraft.
- (b) Omskriv ved håndkraft (1) til et differentialligningssystem af første orden med $x_1 = y$ og $x_2 = y'$.
- (c) Find den fuldstændige løsning til førsteordenssystemet ved egenværdimetoden (se øvelse (4)).
- (d) Tjek, at dit svar er i overensstemmelse med svaret til første del af denne opgave.

3. UGENS MAPLEPROCEDURER

Eigenvectors Re og Im dsolve

4. HJEMMEOPGAVER

A Givet differentialligningen

$$(2) \quad y'' - 5y' + 6y = 0$$

- (a) Find den fuldstændige løsning til (2) ved håndkraft.
- (b) Omskriv ved håndkraft (2) til et differentialligningssystem af første orden med $x_1 = y$ og $x_2 = y'$.
- (c) Find den fuldstændige løsning til førsteordenssystemet ved egenværdimetoden.

B Find vha. Metode 12.7 den fuldstændige løsning til differentialligningssystemet

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

Tjek løsningen med Maple kommando *dsolve*.

C Givet den lineære differentialligning af 4. ordens med konstante koefficienter:

$$x'''' - 3x''' + 2x'' - x' + 5x = 0.$$

Omform ligningen som en 1. ordens differentialligningssystem.