4.3 Elementære funktioner

I dette afsnit betegner $f(x)$ en differentiabel funktion af x og a en konstant. Endvidere betegner $f'(x)$ den afledede af f og $F(x)$ en stamfunktion til $f(x)$.

(4.3.1) Elementære funktioner.

$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$	krav
x^a	ax^{a-1}	$\frac{1}{a+1}x^{a+1}$	$a \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\ln\lvert x\rvert$	$x \neq 0$
a^x	$a^x \ln a$	$\frac{1}{\ln a}a^x$	$a > 0$
e^{ax}	ae^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax}$	$a \neq 0$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x \ln x - x$	$x > 0$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\frac{1}{\ln a}(x \ln x - x)$	$x > 0$

(4.3.2) Hyperbolske funktioner.

$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$	krav
$\sinh x$	$\cosh x$	$\cosh x$	
$\cosh x$	$\sinh x$	$\sinh x$	
$\tanh x$	$\operatorname{sech}^2 x = 1 - \tanh^2 x$	$\ln(\cosh x)$	
$\coth x$	$-\operatorname{csch}^2 x = 1 - \coth^2 x$	$\ln\lvert\sinh x\rvert$	$x \neq 0$
$\operatorname{csch} x$	$-\operatorname{csch} x \coth x$	$\ln\left\lvert\tanh \frac{x}{2}\right\rvert$	$x \neq 0$
$\operatorname{sech} x$	$-\operatorname{sech} x \tanh x$	$\operatorname{Arctan}(\sinh x)$	

(4.3.3) Inverse hyperbolske funktioner: Areafunktioner.

$f(x)$	$f'(x)$	krav
$\operatorname{Arsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	
$\operatorname{Arcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$x \in [1, \infty]$
$\operatorname{Artanh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$	$\frac{1}{1-x^2}$	$x \in]-1, 1[$
$\operatorname{Arcoth} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}$	$\frac{1}{1-x^2}$	$x \in]-\infty, -1[$

(4.3.4) Trigonometriske funktioner og deres omvendte. I kravene herunder betegner p et helt tal.

$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$	krav
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x$	
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$	
$\tan x$	$1 + \tan^2 x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$	$x \neq \frac{\pi}{2} + p\pi$
$\cot x$	$-1 - \cot^2 x$	$\ln\lvert\sin x\rvert$	$x \neq p\pi$
$\csc x = \frac{1}{\sin x}$	$-\cot x \csc x$	$-\ln\lvert\csc x + \cot x\rvert$	$x \neq p\pi$
$\sec x = \frac{1}{\cos x}$	$\sec x \tan x$	$\ln(\sec x + \tan x)$	$x \neq \frac{\pi}{2} + p\pi$
$\operatorname{Arcsin} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x\operatorname{Arcsin} x + \sqrt{1-x^2}$	$x \in [-1, 1]$
$\operatorname{Arccos} x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x\operatorname{Arccos} x - \sqrt{1-x^2}$	$x \in [-1, 1]$
$\operatorname{Arctan} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$x\operatorname{Arctan} x - \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)$	
$\operatorname{Arccot} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	$x\operatorname{Arccot} x + \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)$	