DESIGNMAT FORÅR 2012: FRIVILLIGE ØVELSER, UGE 9

Bemærk: Gør opgaverne i hånden, og tjek svarene enten ved at sætte løsningerne ind i ligningerne, eller med Maple.

(1) Find de fuldstændige løsninger til følgende differentialligninger:
 (a) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + 6\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 9x = 0, \qquad t \in \mathbb{R}.$
 (b) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - 3\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2x = 2t^2 + 3, \qquad t \in \mathbb{R}.$
 (c) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - 2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 5x = \cos t, \qquad t \in \mathbb{R}.$
 (d) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - 2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 5x = \cos t + t, \qquad t \in \mathbb{R}.$

(2) Til hvert problem i Opgave (1): Find løsningen der opfylder begyndelsbetingelser $x(0) = 1,\ \ x'(0) = 1$.

(3) Find den fuldstændige løsninger til:
 (a) $\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}t^3} + \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - x = 2t.$ (Vink: $(x-1)(x+1)^2 = x^3 + x^2 - x - 1$).
 (b) $\frac{\mathrm{d}^4x}{\mathrm{d}t^4} + 2\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + x = 0.$

(4) Den fuldstændige reelle løsning til en n. ordens lineær differentialligning er givet ved

$$x(t) = C_1 \cos(2t) + C_2 \sin(2t).$$

Find n, og opskriv ligningen.

(5) Den fuldstændige løsning til en n. ordens lineær differentialligning er givet ved

$$x(t) = C_1 \cos(2t) + C_2 \sin(2t) + C_3 e^t + C_4\, t\, e^t.$$

Find n, og opskriv ligningen.

(6) Find en partikulære løsning til hver af følgende differentialligninger. Tjek svaret til hver ligning ved at sætte det ind i differentialligningen.
 (a) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - 3\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2x = e^{-t}, \quad t \in \mathbb{R}.$
 (b) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - 3\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2x = 1 + t, \quad t \in \mathbb{R}.$
 (c) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - 3\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2x = e^{-t} + 1 + t, \quad t \in \mathbb{R}.$

1. Svar

(1) Check med Maple dsolve.
(2) Check med Maple dsolve.
(3) Check med Maple dsolve.
(4) $n = 2$. $x'' + x = 0$.
(5) $n = 4$. $x'''' - 2x''' + 5x'' - 8x' + 4x = 0$.
(6) Check med Maple dsolve. Den partikulære løsning er delen der ikke indeholder arbitrære konstanter.