DESIGNMAT FORÅR 2012: FRIVILLIGE ØVELSER, UGE 8

(1) Løs andengradsligningen $z^2 - 4iz - 1 + 4i = 0$. Find dernæst rødderne i polynomiet
$$P(z) = z^4 - 4iz^2 - 1 + 4i$$

(2) Løs
  (a) $z^2 = 2 + 2i$,
  (b) $z^3 = 2 + 2i$.
  Indtegn løsningerne i den komplekse plan.

(3) Det er givet at et polynomium $P(z)$ opfylder følgende:
  (a) P har reelle koefficienter,
  (b) P er af grad 4,
  (c) Både $z_0 = i$ og $z_0 = 2i$ er rødder til P,
  (d) $P(0) = 1$.
  Find P.

(4) Find egenværdierne til følgende matricer:
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

(5) Lad A være en 3×3 matrix med reelle koefficienter. Vis, at A har mindst én reel egenværdi.

1. Svar

(1) Check svar med Maple.
(2) Check svar med Maple.
(3) $P(z) = \frac{1}{4}(z-i)(z+i)(z-2i)(z+2i)$.
(4) (a) $\lambda = 1$. (b) $\lambda = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$.
(5) Vink: Vis, at eigenværdierne er rødderne til et polynomium af 3 grad.