DESIGNMAT FORÅR 2012: FRIVILLIGE ØVELSER, UGE 6

(1) Find den fuldstændige løsning til hver af nedenstående differentialligninger, og tjek løsningen ved at sætte den ind i ligningen. (Nogle er *separable* og nogle er *lineære*):

(a) $9y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 4x = 0$.

(b) $x' + 2x = 6e^t$.

(c) $t\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + 2y = 9t$.

(d) $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x^2 \sin(t)$.

(e) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 3(y+1)$.

(2) Løs begyndelsesværdi problemerne:

(a) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x^3 e^{-1}, \quad y(2) = 0$.

(b) $x' + 2tx = 2t, \quad x(0) = 3$.

(c) $v(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}) = g = konstant, \quad v(t_0) = v_0$.

(3) For differentialligningen

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + a_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + a_0x = q(t), \quad t \in \mathbb{R},$$

bliver det oplyst, at funktionerne

$$\sin t + 2e^t, \quad \text{og} \quad \sin t + e^t - e^{-t},$$

begge er løsninger. Bestem den fuldstændige løsning til den homogene ligning. (Vink: Forskellen mellem de to løsninger er en løsning til den homogene ligning. Dette kan bruges til at finde a_1 og a_0. Brug derefter dsolve på den homogene ligning, og til sidst struktursætningen).

(4) For differentialligningen

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + a_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + a_0x = q(t), \quad t \in \mathbb{R},$$

bliver det oplyst, at funktionerne

$$t^2 + e^{-t}\cos t \quad \text{og} \quad t^2,$$

begge er løsninger. Bestem tallene a_1 og a_0 samt funktionen $q(t)$. (Vink: Find først a_1 og a_0. Indsæt derefter en af løsningerne i ligningen).

1. Svar

(1) Check med Maple.
(2) Check med Maple.
(3) $C_1e^t + C_2e^{-t} + \sin(t) + 2e^t$.
(4) $a_1 = a_0 = 2$, og $q(t) = 2 + 4t + 2t^2$.