

Flader, fladeintegral, flux

Store Dag

Forelæsning: Emner fra MA2, 2.3, 3.7, 5.5 (forberedelse kan tage udgangspunkt i 5.5 ex 1).

- Parameterfremstilling for en flade.
- Flades normalvektorer og tangentplaner.
- Fladeintegral, Jacobi-funktion og reduktionssætningen.
- Integral over grafer for funktioner af to variable.
- Integral over cylinderflader.
- Integral over omdrejningsflader, specielt over kugleflader.
- Opvarmning til kommandoerne `fladeInt` og `fladeCm` fra `Integrator8`.

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren, hvor du møder din hjælpelærer kl. 12:00 og din klasselærer kl. 13:30:

1. Håndregning: En flade F er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = (u, v, \sqrt{3}v), \quad u \in [0, 1], v \in [0, 2].$$

Find fladens normalvektor $\mathbf{N}(u, v)$ og parameterfremstillingens Jacobi-funktion og bestem derefter integralet

$$\int_F xyz \, dS.$$

2. Et kuglefladestykke $K_{\mathbf{r}}$ er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = (\sin(u) \cos(v), \sin(u) \sin(v), \cos(u)), \quad u \in [0, \pi], v \in [-a, a],$$

hvor a er et positivt tal som er mindre end π . Find fladens normalvektor $\mathbf{N}(u, v)$ og bestem arealet af $K_{\mathbf{r}}$ som funktion af a . Tjek med `fladeInt`.

3. En flade $F_{\mathbf{r}}$ er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = (u \cos(v), u \sin(v), v), \quad u \in [0, 2], v \in [0, 2\pi].$$

- (a) Bestem fladens normalvektor $\mathbf{N}(u, v)$ i ethvert punkt $\mathbf{r}(u, v)$ på fladen og udled derefter en ligning for tangentplanen til $F_{\mathbf{r}}$ i punktet $(0, 1, \frac{\pi}{2})$ (vink: find først de parameter-værdier der svarer til dette punkt). Illustrér med Maple.
- (b) Bestemme massemidtpunktet for $F_{\mathbf{r}}$ dels når massetætheden er konstant $f(x, y, z) = 1$, og dels når massetætheden er $f(x, y, z) = x^2 + y^2$. Tjek med `fladeCm` og diskutér de figurer der indgår i output.

4. Opgave MA2 190 c (en flade givet som funktion af to variable). Skitsér fladen, bestem en parameterfremstilling $\mathbf{r}(u, v)$ for den og bestem det ønskede integral. Tjek med `fladeInt`.
5. MA2 191 c (en cylinderflade). Skitsér fladen, bestem en parameterfremstilling $\mathbf{r}(u, v)$ for den og bestem det ønskede integral. Tjek med `fladeInt`.

6. MA2 192 a (en omdrejningsflade). Vis først, at en parameterfremstilling for meridiankurven (generator-kurven) er $\mathbf{r}(u) = (g(u), 0, h(u)) = (u, 0, \frac{u^2}{2a})$, hvor $u \in [0, a]$. Find dernæst en parameterfremstilling $\mathbf{r}(u, v)$ for fladen og bestem derefter integralet. Tjek med `fladeInt`.
7. MA2 193c. Find en ny parameterfremstilling for $\mathcal{F}$ således, at `fladeInt` kan benyttes til at bestemme det ønskede fladeintegral.

Lille Dag

Forelæsning: Emner fra MA2: 6.3 (forberedelse kan tage udgangspunkt 6.3 ex 1, ex 3 og ex 4).

- Fladeintegraler, opsamling.
- Vektorfeltets flux gennem flade. Reduktionssætningen.
- Maple: `fluxInt`.

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren:

1. Opgave MA2 214 g. Benyt reduktionssætningen og brug kun Maple til at finde de nødvendige stamfunktioner. Tjek for en valgt værdi af h med `fluxInt`.
2. Opgave MA2 214 b. Skitsér fladen og benyt håndregning (vink: det er ikke nødvendigt at udregne fladens normalvektor $\mathbf{N}(u, v)$).
3. Opgave MA2 214 c. Skitsér fladen (for en valgt værdi af a), bestem en parameterfremstilling for den og udregn derefter den ønskede flux vha. simuleret håndregning.
4. Opgave MA2 214 a. Skitsér fladen, bestem en parameterfremstilling for den og udregn derefter den ønskede flux vha. simuleret håndregning og tjek med `fluxInt`.
5. Opgave MA2 214 e .
6. Læs MA2: 6.3, eksempel 3. Benyt `fluxInt` til at rekonstruere mellemregningerne og resultatet.

Hjemmeopgaver:

Du er nu klædt til at begynde på opgave 1 og opgave 3 i hjemmeopgavesæt 8.

Appetitvækker til semesteruge 6:

Hvilke af de flg. fire plane vektorfelter er gradient-vektorfelter for funktioner af x og y . Vektorfelterne er givet ved koordinatfunktionerne: (x, y) , (y, x) , $(x, -y)$ og $(-y, x)$.

