

Keglesnit og keglesnitsflader. Maksima og minima

Store Dag

Forelæsning: Emner fra LA: 8.7, 9.1, 9.2 (forberedelse kan tage udgangspunkt i LA ex 8.22).

- Reduktion af kvadratiske former i 2 og 3 variable ved ortogonale substitutioner, drejning af koordinatsystemet, hovedsætningen 8.42 igen.
- Keglesnit, drejning og parallelforskydning af koordinatsystemet.
- Keglesnitsflader, drejning og parallelforskydning af koordinatsystemet.
- Maple-Demo 22, herunder kommandoen `completesquare` fra `student` -pakken.

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren, hvor du møder din hjælpelærer kl. 12:00 og din klasselærer kl. 13:30:

1. Læs LA: eksemplerne 8.21 og 9.6. Tegn hyperblen fra eksempel 9.6, dens asymptoter og symmetriakser i (x,y) -koordinatsystemet (brug `implicitplot`).
2. LA opg. 9.8. Benyt Maple til beregning og til tegning af kurven samt dens eventuelle symmetriakser i (x,y) -koordinatsystemet.
3. LA opg. 9.4
4. Benyt Maple til at finde art og beliggenhed af den keglesnitsflade i rummet, der har ligningen

$$-z^2 + 2y^2 - x + 8y - 2z + 4 = 0 .$$

Tegn fladen (`implicitplot3d`).

5. Lad Maple tegne en ellipsoide, en hyperboloide med ét net, en hyperboloide med to net, en keglesnitskegleflade, en elliptisk paraboloid og en hyperbolsk paraboloid. Drej fladerne indtil du får tilfredsstillende billeder, som ligner dem i LA: side 288–296.
6. LA 9.17 .
7. Et givet keglesnit har ligningen $P(x,y) = 0$, hvor $P(x,y)$ er et andengrads-polynomium i x og y , se (9.1) side 276 i LA-bogen. Vis, at hvis keglesnittet har et *symmetri-centrum* (se LA-bogen side 278 og 279), så kan det punkt karakteriseres ved, at gradienten af $P(x,y)$ er nulvektoren i punktet. I hvilke punkter er gradienten nulvektoren, når keglesnittet ikke har noget symmetri-centrum?

Forelæsning: Emner fra MA2: 3.4, 4.4 (side 112–113), 4.5 og LA: 8.7 (forberedelse kan tage udgangspunkt i det efterfølgende tillæg til afsnit 4.5).

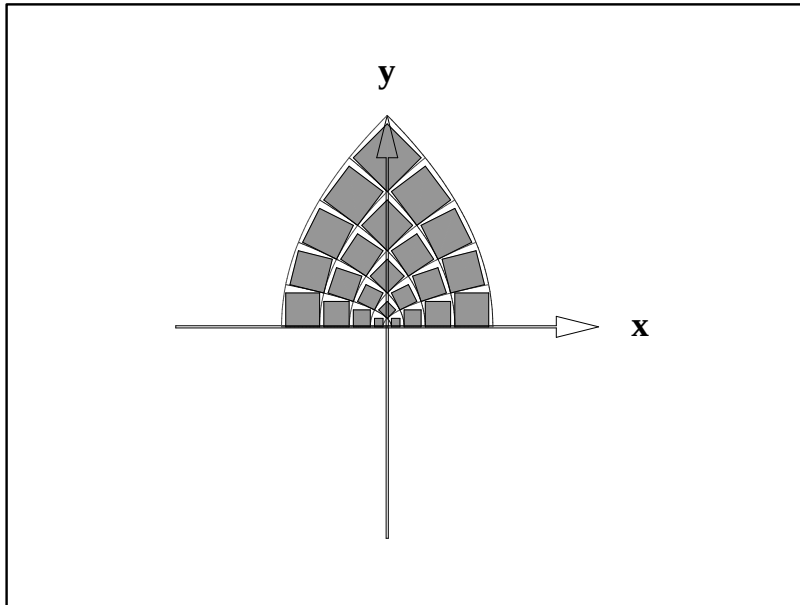
- Ekstrema og stationære punkter.
- Kort repetition: Taylors grænseformel for k variable og udviklingsorden $n = 2$. Approksimerende polynomium P_2 . Anden ordens led skrevet som kvadratisk form (se tillæg).
- Bestemmelse af ekstremums art.
- Geometrisk tolkning af det approksimerende polynomium P_2 for en funktion af to variable som elliptisk eller hyperbolsk paraboloid eller som cylinderflade og dermed forbindelse til egenverdier af en 2×2 symmetrisk matrix, som enten er definit eller indefinit eller semidefinit.
- Maple-Demo 23, herunder kommandoen $\text{Hessian}(f(x, y), [x, y])$.

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren:

1. Håndregning: Bestem samtlige ekstrema for funktionen $f(x, y) = x^2 y + y$.
2. Slå den generelle definition på "Hessian matrix" op i Wikipedia, og opskriv herudfra Hessematricen for en vilkårlig funktion af 2 variable henholdsvis 3 variable.
3. Håndregning: Bestem samtlige ekstrema for funktionen $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2x - 2y$.
4. MA2 100(d).
5. MA2 110(e).
6. MA2 111.
7. Tag jer tid til i gruppen at nyde denne uges matematiske klimaks, hvor mange tråde og begreber mødes: diskutér hvilke sammenhænge der er mellem:
 - (a) Keglesnit og keglesnitsflader
 - (b) Taylors formel
 - (c) Kvadratiske former
 - (d) Positiv definite, negativ definite og indefinite symmetriske matricer
 - (e) Ortogonale substitutioner
 - (f) Ekstrema

Appetitvækker til næste uge

Polære koordinater er velkendte. Men hvem har hørt om *parabel-koordinater*? Her er et område i planen, som er afgrænset af parabel-koordinat-kurver. Kvadraterne approksimerer arealet af området, men hvor god er den approksimation?



Hjemmeopgaver

Du er nu rustet til at begynde på opgave 1 og første del af opgave 2 i hjemmeopgavesæt 7, som kan ses på kursets hjemmeside.