

## Symmetriske matricer. Størsteværdi og mindsteværdi

Store Dag

**Forelæsning:** Emner fra LA: Kapitel 8 (Eksempel 8.5, Gram-Schmidt ortonormalisering. Definitionerne 8.11, 8.12 og 8.18. Sætningerne 8.15, 8.19, 8.20, 8.28, 8.33, 8.34 og 8.42) (forberedelse kan tage udgangspunkt i LA ex 8.11, 8.16, 8.21).

- Det sædvanlige skalarprodukt i  $\mathbb{R}^n$ .
- Symmetriske matricer, deres egenværdier og egenvektorer.
- Ortogonal substitution og hovedsætningen i LA: sætning 8.33 .
- Reduktion af kvadratiske former.
- Positiv og negativ definite matricer, deres karakterisering via egenværdierne fortegn.
- Maple-Demo 20, herunder kommandoerne DotProduct, CrossProduct, Norm, Normalize, GramSchmidt.

**Aktivitetsopgaver i klassen/databaren, hvor du møder din hjælpelærer kl. 12:00 og din klasselærer kl. 13:30:**

1. MA2 72 (g). Angiv på grundlag af resultatet funktionens partielle afledede af 1. og 2. orden i  $(0, 0, 1)$ .
2. Udgør vektorerne  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ ,  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$ ,  $(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$  en ortonormal basis i  $\mathbb{R}^3$  (udstyret med det sædvanlige skalarprodukt)?
3. LA 8.20 .
4. Er følgende matricer ortogonale?

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 3/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}, \underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \underline{\underline{C}} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \underline{\underline{D}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. LA 8.24 .
6. Givet den symmetriske matrix

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Angiv en ortogonal matrix  $\underline{\underline{Q}}$  og en diagonalmatrix  $\underline{\underline{\Lambda}}$ , så  $\underline{\underline{Q}}^{-1} \underline{\underline{A}} \underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{\Lambda}}$ .

Lad  $k : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$  være den kvadratiske form  $k(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{\underline{A}} \underline{x}$ .

- (b) Angiv matrixfremstillingen (koordinatfremstillingen) for  $k$  m.h.t. den ortonormale basis  $(\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3)$ , hvor  $\begin{bmatrix} \underline{q}_1 & \underline{q}_2 & \underline{q}_3 \end{bmatrix} = \underline{\underline{Q}}$  fundet i (a).

7. LA 8.36 .
8. LA 10.39 .

## Lille Dag

**Forelæsning:** Emner fra MA2: 2.4, 4.1, 4.2, 4.3 (forberedelse kan tage udgangspunkt i MA2 afsnit 4.2).

- Nødvendig betingelse for størsteværdi eller mindsteværdi.
- Værdimængde.
- Eksempler.
- Maple-Demo 21.

**Aktivitetsopgaver i klassen/databaren:**

1. Bestem værdimængden for funktionen

$$f(x, y) = xy(2 - x - y), \quad x \in [0, 1], \quad y \in [0, 1].$$

2. MA2 120(b).

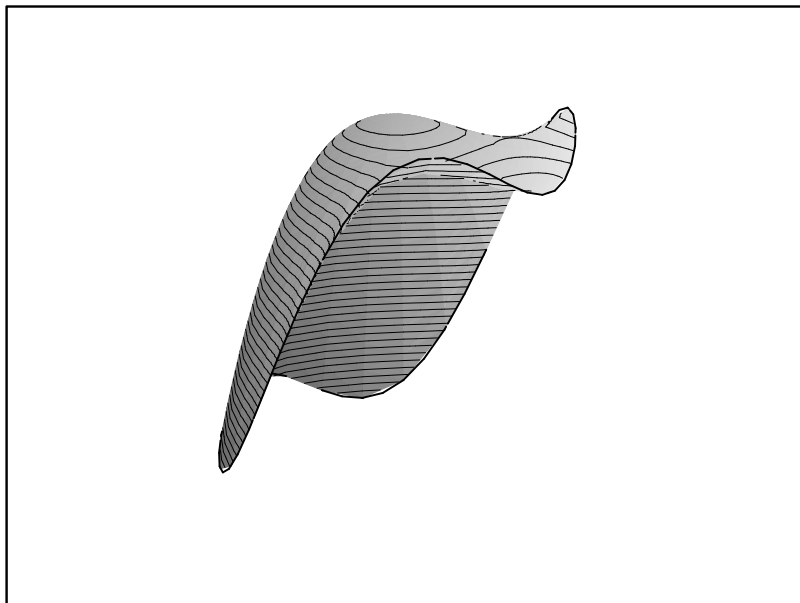
3. Bestem værdimængden for funktionen

$$f(x, y) = y + \ln(3 - x^2 - y^2), \quad x^2 + y^2 \leq 2.$$

4. MA2 120(a).

## Appetitvækker til næste uge

Kan denne flade være del af grafen for et 2. grads polynomium i  $x$  og  $y$ ? Vis ved hjælp af Taylors formel, at  $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^3 - 3y^2$  har maksimum i  $(0, 0)$  og minimum i  $(2, 2)$ .



Hjemmeopgavesæt 6 afleveres på Lille Dag i semesteruge 3