

Hjemmeopgavesæt 9:

Afleveres:

Lille Dag i semesteruge 8.

Betragt i (x, y) -planen kurven $\mathcal{K}$ bestemt ved punktmængden

$$\{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1 \text{ og } y = \cosh(x)\}.$$

1. Angiv en parameterfremstilling for $\mathcal{K}$, find den hertil hørende Jacobi-funktion og bestem længden af $\mathcal{K}$.

Vink: Konstanterne $\cosh(1)$ og $\sinh(1)$ vil sikkert optræde en del gange i dine svar på opgaverne i dette sæt.

2. Plot $\mathcal{K}$ sammen med det vandrette linjestykke $y = \cosh(1)$ for $-1 \leq x \leq 1$. Angiv en parameterfremstilling for punktmængden

$$B = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1 \text{ og } \cosh(x) \leq y \leq \cosh(1)\}.$$

Bestem den hertil hørende Jacobi-funktion og bestem arealet af B .

3. Angiv en parameterfremstilling for den omdrekningsflade $\mathcal{F}$ der har

$$z = \cosh(u), u \in [0; 1]$$

som meridiankurve. Bestem den hertil hørende Jacobi-funktion og bestem arealet af $\mathcal{F}$.

4. Angiv en parameterfremstilling for det massive område Ω i rummet som er begrænset af $\mathcal{F}$ og af planen med ligningen $z = \cosh(1)$. Bestem den hertil hørende Jacobi-funktion og bestem rumfanget af Ω .

5. Undersøg ved hjælp af Maple om det uegentlige rumintegral

$$\int_{\Omega} f(x, y, z) \, d\Omega$$

af funktionen $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2}$ over det ovennævnte område Ω konvergerer.

Vink: Brug evt. `rumIntGo` til først at finde et funktions-udtryk for

$$\int_{\Omega_k} f(x, y, z) \, d\Omega$$

hvor området Ω_k fremkommer ved der fra Ω fjernes en lille cylinder omkring z -aksen med radius k (sørg for at der med `assume` er fastlagt et relevant interval for k). Undersøg derefter med `limit` om udtrykket har en grænseværdi når $k \rightarrow 0$.

NB: I vurderingen af dette sæt vil der blive lagt særlig vægt på at du kan

- designe passende parametriseringer af givne punktmængder
- vise overblik over de forskellige integrationstyper i planen og rummet
- skrive sammenhængende og præcist og kan udføre simple matematiske ræsonnementer