

Hjemmeopgavesæt 7:

Afleveres på Lille Dag i semesteruge 5.

1. Givet funktionen

$$f(x,y) = (4 - x^2 - (y-2)^2) \cdot (25 - x^2 - (y-5)^2).$$

- (a) Bestem niveaukurven for f svarende til $f(x,y) = 0$, og find de områder i (x,y) -planen, hvor f er positiv, og hvor f er negativ.
- (b) Vis at f har et egentligt minimum, et egentligt maksimum samt et saddepunkt.
- (c) Vis at funktionen $g(x) = f(x,ax)$ har et egentligt minimum i $x = 0$ for alle værdier af hældningskoefficienten a .
- (d) Angiv størsteværdien og mindsteværdien af f på det område som er afgrænset af den øverste halvdel af cirklen med centrum i $(0,5)$ og radius 5, og af de tre rette linjer med ligningerne $y = 0$, $x = -5$, $x = 5$.

2. I et sædvanligt retvinklet koordinatsystem i planen er et keglesnit givet ved ligningen

$$7x^2 + 5y^2 + 2\sqrt{3}xy + 16x + 8 = 0.$$

- (a) Angiv keglesnittets art og beliggenhed. Illustrér.
 - (b) Bestem en parameterfremstilling for keglesnittet i det givne koordinatsystem, og bestem vha. Maple keglesnittets længde.
3. Lad B betegne den begrænsede punktmængde i (x,y) -planen der afgrænses af kurverne $y = \sqrt{x}$ og $y = x^2$. Planintegralet

$$\int_B (x^2y + 1) dS,$$

ønskes beregnet både i retvinklede koordinater og med faste variabelgrænser (det sidste evt. vha. Integrator8).

NB: I vurderingen af dette sæt vil der blive lagt særlig vægt på at du kan

- bestemme stationære punkter for funktioner af to variable
- bestemme største/mindsteværdi af kontinuerte funktioner på begrænsede og afsluttede mængder
- udnytte Hesse-matricens egenværdier i undersøgelser af evt. maksima og minima
- benytte reduktion af kvadratiske former ved geometrisk fortolkning af visse andengradsligninger
- designe passende parametriseringer af enkle plane kurver og områder
- benytte passende Maple-plots i dine redegørelser
- skrive sammenhængende og præcist og kan udføre simple matematiske ræsonnementer