

Funktioner af flere variable (I).

Store Dag

Forelæsning: Emner fra *Matematisk Analyse 2* (MA2), kapitel 1, 2 og 3 (forberedelse kan tage udgangspunkt i eks. 2, 5 og 10 i afsnit 3.1) :

- Kontinuitet (via epsilon-funktioner).
- Differentiabilitet (via epsilon-funktioner).
- Partielle afledede
- Tangent, tangentplan. Maple illustrationer.
- Maple-Demo 15, herunder $\text{diff}(f(x,y), x)$ og $D[1](f)(x,y)$.

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren, hvor du møder din hjælpelærer kl. 12:00 og din klasselærer kl. 13:30.

1. Bestem med papir og blyant de partielle afledede af første orden af hver af følgende 4 funktioner
 $f_1(x,y) = x^2 + y^3$, $f_2(x,y) = y\cos(x)$,
 $f_3(x,y) = \sqrt{1+x^2}$, $f_4(x,y) = e^{-x^2-y^2}$.
2. Bestem med papir og blyant de 4 partielle afledede af de partielle afledede (dvs. de 2. ordens partielle afledede) for hver af de fire ovennævnte funktioner.
3. Hvad er forskellen mellem Maple's diff og D ? Læs om dem i DTU's online Maplebog eller i Maple's Help.
4. Tjek resultaterne i opgave 1 og 2 med Maple's diff og D . Observer, også ved at eksperimentere med andre endnu simple funktioner, at 2 af de 4 anden-ordens partielle afledede altid er ens. Hvilke to? (Se sætningen og notationen for de 2. ordens partielle afledede side 67 i bogen.)
5. Bestem det approksimerende 1.-grads polynomium for hver af de givne funktioner i punktet $(1, -1)$. Benyt den samme fremgangsmåde som eksempel 10 side 57, og brug Maple.
6. Tegn for hver af funktionerne i et plot dels grafen og dels tangentplanen (= grafen for det approksimerende 1.-grads polynomium) i det punkt, der har (x,y) -koordinater $(1, -1)$.
7. Håndregningsopgave: Givet funktionen $f(x,y) = x^2 - 4x + y^2$.
 - (a) Gør rede for at f er differentiabel og bestem gradienten af f ved at benytte sætning 1 og sætning 2 s. 53.
 - (b) Samme spørgsmål, men nu skal resultaterne opnås direkte ud fra definitionen s. 49 (Vink: se eks.1 og 2 s. 51)).
8. Argumenter for, at enhver differentiabel funktion også er kontinuert.

9. En opgave om en funktion af én variabel:

(a) Illustrér ved hjælp af et plot at $x^2 \sin(\frac{1}{x}) \rightarrow 0$ for $x \rightarrow 0$. Gør derefter rede for at

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{for } x \neq 0 \\ 0 & \text{for } x = 0 \end{cases}$$

er en kontinuert funktion.

(b) Gør rede for at $f(x)$ er differentiabel (problemet er selvfølgelig om f er differentiabel i 0).

(c) Undersøg om $f'(x)$ er en kontinuert funktion.

10. ★ Opgave MA2 68 (a, b).

11. ★ Opgave MA2 15.

Lille Dag

Forelæsning: Emner fra MA 2, kapitel 2 og 3 (forberedelse kan tage udgangspunkt i eks. 3 i afsnit 3.1 og eks. 8 i afsnit 3.6) :

- Definitionsmængder.
- Niveau-kurver.
- Gradientvektorfelter.
- Ideen bag figuren på forrige ugeseddel (fra worksheet Diskont.mw).
- Maple-Demo 16 .

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren: Emner fra *Matematisk Analyse 2* Kapitel 2 og 3.

Læs, diskutér, forstå, løs:

1. Begreberne åben, afsluttet, begrænset.
2. Opgave 1 (fra Analyse 2 opgavehæftet).
3. Find funktioner af to variable hvis størst mulige definitionsmængde henholdsvis er et punkt, et linjestykke, to åbne rektangler i (x, y) -planen.
4. Eksempel 3 side 29.
5. Opgave MA2 20 (a, b, c).
Bestem (for hver af funktionerne f) gradienten af f i punktet $(x, y) = (1, 1)$.
6. Givet funktionen: $f(x) = x \sin(x)$. Find en funktion $g(x, y)$ af to variable, som har grafen for f som en af sine niveau-kurver. Bestem gradienten af funktionen g i ethvert punkt på grafen (i (x, y) -planen) for funktionen f . Illustrér med Maple.
7. ★ Opgave MA2 12 (a, b, c).
8. ★ Bestem gradientvektorerne for funktionen $g(x, y) = x^2 + y^2$ i ethvert punkt på grafen (i (x, y) -planen) for funktionen $h(x) = x^2$.

Hjemmeopgavesæt 5 afleveres til klasselæreren på Lille Dag i semesteruge 13:

Opgaverne findes på kursushjemmesiden under Oversigt E09.

Appetitvækker til næste uge

På et bjerg med et højdekort som vist nedenfor foretages en vandring langs den viste elliptiske sti. Pilene angiver højdefunktionens gradientvektorfelt. Cirklerne er niveukurver for højdefunktionen. Hvor er stigningen på *stien* 0? Hvorfor er gradientvektorerne tilsyneladende altid vinkelrette på niveaukurverne?

