

Lineære differentialligninger og integration

Store Dag

Forelæsning: Emner fra *Matematisk Analyse I* 5.4 samt 2.2, 3.1, 3.3, 3.4 (forberedelse kan tage udgangspunkt i eks. 5.6 og i eksemplet s. 3.19 - 3.20) :

- Løsningsmetoder for den inhomogene lineære differentialligning af 2. orden: Den komplekse gættemetode.
- Nye funktioner, som fremkommer ved løsning af differentialligninger via integration.
- Hyperbolske funktioner.
- Maple-Demo 13.
- Definition af bestemt integral, middelsummer, differential- og integralregningens hovedsætning. Maple's `with(student)` og f.eks. `middlebox` og `middlesum` eksempler.

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren, hvor du møder din hjælpelærer kl. 12:00 og din klasselærer kl. 13:30.

1. Regn MA1 437 (c) og (d). Brug Maple til at udregne $\operatorname{Re}(Ae^{Bt})$ og sammenlign dernæst med de ønskede funktioner $q(t)$.
2. Regn MA1 515. Regn først i hånden med den komplekse gættemetode og sammenlign dernæst med Maple's løsning. Plot den løsning, som opfylder, at $x(0) = 0$ og $x'(0) = -1$.
3. Samtlige reelle løsninger til en inhomogen lineær differentialligning af 2. orden er

$$x = c_1 e^{-t} \cos 2t + c_2 e^{-t} \sin 2t + 5t^3 + t^2 + 12t + 7, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

Opskriv differentialligningen.

4. Udfør følgende kommandoer i Maple:

```
> restart; with(student);  
> f:= x-> exp(x)*sin(x);  
> middlebox(f(x), x=-Pi...Pi, 20);  
> evalf(middlesum(f(x), x=-Pi...Pi, 20));  
> evalf(Int(f(x), x=-Pi...Pi));
```

(a) Forklar hvad der foregår i denne lille Maple session.

(b) Hvad er forskellen mellem værdierne i de to sidste evalueringer i sessionen et udtryk for?

(c) Hvilken parameter i sessionen kan man ændre på for at gøre denne forskel mindre for den givne funktion over det givne interval?

(d) Angiv mindsteværdien af denne parameter når forskellen ønskes mindre end 0.01.

5. MA1 346.

6. MA1 350 og MA1 385.

7. I $C^0(\mathbb{R})$ er givet vektorerne

$$f_1(x) = e^x, f_2(x) = e^{-x}, f_3(x) = \cosh(x), f_4(x) = \sinh(x), f_5(x) = e^{2x}.$$

Find dimensionen af $\text{span}\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$.

Lille Dag

Forelæsning: Emner fra *Matematisk Analyse 1* 2.2, 2.3, 2.5, 3.1–3.3 (forberedelse kan tage udgangspunkt i tabel 3.1, eks. 3.1 og table 3.2) :

- Omvendt funktion. Arcus-funktioner.
- Partiel integration og substitution.
- Dekomposition
- MapleDemo 14, herunder kommandoerne `parfrac` og `convert`.

Aktivitetsopgaver i klassen/databaren:

1. Regn MA1 205. Hvad er $\int_1^2 \coth^2(x) dx$?
2. Regn MA1 222. Hvad er $\int_1^4 \phi(y) dy$?
3. Regn MA1 219.
4. Ved integration af rationale funktioner fås aldrig udtryk, der indeholder funktionerne $\sin$, $\cos$, $\exp$. Prøv eksempler og eksperimenter med Maple. Hvilke typer af funktioner optræder derimod typisk? Diskutér en forklaring på dette fænomen.
5. Bestem a og b så

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

Vink: Sæt højre side på fælles brøkstreg.

Find $\int \frac{1}{x^2-1} dx$.

6. Vis, at $\frac{d}{dx}(\text{Arctan}x) = \frac{1}{1+x^2}$.

Hvad er da $\int \frac{1}{1+x^2} dx$?

Praktiske bemærkninger

- Semesteruge 11 (16.-20. november 2009) benyttes til *Kemiøvelser* for Kemi og Miljø og til *Temaøvelser i Matematik 1* for de øvrige retninger.
- Husk at købe *Matematisk Analyse 2* og *Opgaver i Matematisk Analyse 2*.

Hjemmeopgaver

Du er nu klædt på til at løse den første af opgaverne i sæt 5.

Appetitvækker til semesteruge 12

Her er grafen for funktionen $f(x,y) = \frac{x^2y}{x^4 + y^2}$. Men hvad er det der foregår ‘inde i midten’?

