01005 Matematik 1

Introduktion til Maple

Indledning.

Matematikprogrammet Maple er ét blandt flere matematikprogrammer som på DTU bruges i undervisning og forskning. Her giver vi en kort introduktion til de vigtigste aspekter. Husk at man kan ikke læse sig til praktisk erfaring, lær dig selv Maple og brug Maple (og andre af databarenes programmer) til hjælp for selvstudium, som kontrol af dine færdigheder, som værktøj i din ingeniøruddannelse, og generelt til at udforske matematikkens univers.

Hvordan startes en Maple session i DTU's databarer?

Log ind, med brugernavn og password. Tryk på højre museknap og følg i pop-up menuen følgende sti: GBar Menu \rightarrow Course Software \rightarrow mathematics \rightarrow maple.

Bemærk at du også kan bruge din egen bærbare pc til at åbne Maple via GBar! Du skal blot via ThinLinc (som ligger på det udleverede memory stick) gå ind på GBar og følge samme sti som ovenfor.

Vigtige indstillinger!

Første gang du har startet Maple :

- 1. Fjern fluebenet i popup siden Startup og luk siden. Luk også Quick help.
- 2. Gå til Tools \rightarrow Options \rightarrow Display \rightarrow Input og skift til Maple notation. Fjern fluebenet i Show equation labels. Afslut med Apply Globally.
- 3. Gå til Tools \rightarrow Options \rightarrow Interface \rightarrow Default format for new worksheets og skift til Worksheet. Afslut med Apply Globally.
- 4. Start Maple på ny og kør løs!

Hvordan afsluttes en Maple session i DTU's databarer?

I menulinjen under File, vælg Exit. I en dialogbox skal du nu tage stilling til om du vil gemme ('save') dit arbejdsblad, eller smide det væk ('discard'). Hvis du vil gemme dit arbejdsblad skal du give det et navn (uden æ, ø og å), inden for de sædvanlige UNIX rammer, med den endelse som Maple foreslår. Check, at filen bliver skrevet til dit hjemmekatalog, eller et passende underkatalog af dette. Husk også et logge ud af din terminalsession (eller fjerne dit *smartcard*), hvis du helt vil forlade terminalen.

Hvordan printer jeg fra Maple?

Bevar skovens træer! Print kun når du er sikker på at det er meningsfuldt at have en papirkopi af din Maple session. Fra menulinjen under File, vælg Print. I dialogboksen kan du nu vælge enten at skrive til en fil (på dit hjemmekatalog, og så efterfølgende printe filen), eller at sende dit Maple arbejdsblad direkte til en printer. Printeren vælges i en dialogbox, fx printeren gps1 i bygning 306.

Hvordan får jeg on-line hjælp i Maple?

På menulinjen helt ude til højre findes menupunktet Help. Maple's on-line hjælp er omfattende, og fyldt med gode eksempler som man ved hjælp af musen kan kopiere, lægge ind i sit arbejdsblad og med lidt held modificere til sin aktuelle situation. Hvis cursoren er anbragt i en Maple kommando, er hjælpefunktionen klar med 'Help on Context'.

Hvordan installerer jeg Maple på min egen computer?

1. Download programmets *Iso-image* fra http://www.gbar.dtu.dk/software hvor du også finder *license code* (=*purchase code*).

- 2. Fra din harddisk brænder du den downloadede lso-image fil ned på en CD-rom (du skal evt. bruge brænderprogrammets *iso-format*).
- 3. Installationen sættes nu i gang fra CD-rom'en. Du skal være tilsluttet internettet, og det anbefales at du godkender alle de foreslåede indstillinger.
- 4. Når du har fået programmet i gang og gennemført Vigtige indtillinger (se ovenfor), skal via Tools → Update installere evt. opdateringer til programmet.

Hvordan får jeg min egen bærbare computer på DTU's trådløse netværk?

Når du skal på nettet, skal du først identificere dig på adressen https://auth wireless dtu dk.

Eksempler og opgaver

Start nu en Maple session. Maple fungerer efter princippet med spørgsmål og svar: du stiller spørgsmål på en kommandolinje (til højre for > tegnet) som input til Maple, og Maple svarer med et output, centreret og i en anden farve, så svar tydeligt kan kendes fra spørgsmål på arbejdsbladet. Husk at afslutte alle input med et semikolon. Hvis du vil have Maple til at acceptere inputtet men uden at vise svaret, skal semikolon erstattes af et kolon.

Som det allerførste input i enhver session anbefales det at skrive

> restart;

Dette vil nulstille arbejdshukommelsen for din session, og kommandoen kan senere udføres igen hvis der er kommet forvirring blandt de variable på arbejdsbladet. Kommandoen restart generer ikke noget output fra Maple.

Prøv nu følgende regnestykke:

> 2 + 2;

Maple kan naturligvis fungere som lommeregner! Men progammets mere interessante egenskaber ligger i dets evne til at foretage symbolske matematiske operationer. Ved kommandoen

```
> diff(sin(x), x);
```

bliver sin(x) differentieret med hensyn til x.

Maple kan også plotte funktioner. Kommandoen har et argument for hvad der skal plottes, og for grænserne af den uafhængige variable. For at få samme enheder på akserne skrives desuden scaling=constrained . Hvis man eksempelvis ønsker at se funktionen sin(x) i intervallet mellem 0 og 5, benyttes kommandoen

> plot(sin(x), x=0..5);

Prøv også

> plot(sin(x), x=0..5, scaling=constrained);

Hvad er forskellen?

Det er altid interessant at se flere funktioner i samme plot. Så ser kommandoen eksempelvis således ud:

> plot([sin(x),cos(x)],x=0..5,y=-2..2,color=["Red","Blue"],scaling=constrained);

side 2

Her har vi dels bedt om at få både sin(x) og cos(x) plottet, og samtidig bedt om at se netop området på andenaksen mellem -2 og 2. Udelades dette sidste vælger Maple selv et interval ud fra de funktionsværdier der fremkommer.

Differentiation er et håndværk, integration er en kunst! Maple vil, givet kommandoen int, efter bedste evne forsøge at angive stamfunktionen til en given funktion. NB: det er ikke altid muligt at angive en stamfunktion ved hjælp af simple funktionsudtryk! Det følgende burde dog være muligt:

> int(sin(x), x);

Er du enig med Maple 's svar?

Det vigtigste i denne Maple session er at lære at regne på problemer fra lineær algebra.

Maple kan operere med matricer; og det er ofte umagen værd at indtaste en eller flere matricer for så at lade Maple foretage de videre operationer. Det anbefales i denne sammenhæng at forstærke Maple ved at inkludere en såkaldt pakke (et hjælpebibliotek af rutiner). For lineær algebra manipulationer er den relevante kommando:

> with(LinearAlgebra):

Læg mærke til at vi her undertrykker Maple output ved at erstatte semikolon med et kolon (hvis du forsøger med semikolon vil du se hvorfor!). Nu er vi klar. Det lille lineære ligningssystem

$$3x - 7y = 1$$
$$-2x - y = 4$$

har koefficientmatricen

$$\underline{\underline{A}} = \left[\begin{array}{cc} 3 & -7 \\ -2 & -1 \end{array} \right]$$

I Maple kan man definere matricer ved hjælp af fire symboler: <> , | . Fx kan $\underline{\underline{A}}$ dannes på følgende to måder:

> A := <
$$<3 | -7>, <-2 | -1> >;$$

eller

> A := < <3,-2>|<-7,-1> >;

og ligningssystemets højreside angives tilsvarende som:

> b := <1,4>;

Nu kan vi løse med kommandoen LinearSolve:

```
> LinearSolve(A, b);
```

Vi kan også betragte de to ligninger med to ubekendte som et spørgsmål om skæring mellem to linjer i en plan. Dertil bruger vi et andet hjælpebibliotek, som hedder plots og som kaldes med kommandoen

```
> with(plots):
```

hvorefter vi for eksempel kan tegne to linjer i planen og inspicere den eventuelle skæring mellem dem:

```
> linje1:= implicitplot(3*x - 7*y = 1, x=-3..3, y=-3..3):
```

```
> linje2:= implicitplot(-2*x - y = 4, x=-3..3, y=-5..3):
```

```
> display([linje1, linje2], scaling=constrained);
```

Sammenlign skæringspunktets koordinater med den tidligere fundne løsning til de to ligninger for linjerne. Aflæs koordinaterne ved at klikke på plottet med cursor pilen på skæringspunktet. Så fås koordinaterne i et Maple vindue øverst til venstre.

Herefter anvender du nu forskellige Maple kommandoer til løsning af opgaven LA 1.7, som du løste som aktivitetsopgave:

> restart; with(LinearAlgebra):
> lign1:= x1 - x3 + x4 = 0;
> lign2:= x1 + x2 + x3 + x4 = 1;
> lign3:= 4*x1 + 4*x2 + 4*x3 + 3*x4 = 5;

Vi danner (genererer) ligningssystemets totalmatrix:

```
> T:=GenerateMatrix([lign1,lign2,lign3],[x1,x2,x3,x4],augmented=true);
```

Du kan følge de enkelte skridt i din med papir og blyant beregnede del 1 og del 2 af Gausseliminationen ved hjælp af:

```
> T1:=RowOperation(T,[2,1],-1);
```

- > T2:=RowOperation(T1,[3,1],-4);
- > del1:=RowOperation(T2,[3,2],-4);

```
>T3:=RowOperation(del1,3,-1);
```

```
>del2:=RowOperation(T3,[1,3],-1);
```

Det tilhørende fuldstændigt reducerede lineære ligningssystem fås herefter ved (bemærk rækkefølgen af de ubekendte!):

> GenerateEquations(del2,[x1,x2,x3,x4]);

Hvis man ikke er interesseret i de enkelte trin, kan man på én gang få den totale Gausselimination (del 1 og del 2) med

> del2:=ReducedRowEchelonForm(T);

Bemærk at Maple ikke, som bogen, bruger søjleombytning.

Det tilhørende fuldstændigt reducerede lineære ligningssystem fås nu ved (med sædvanlig rækkefølge af de ubekendte):

```
> GenerateEquations(del2,[x1,x2,x3,x4]);
```

Aflæs og nedskriv løsningerne fra resultatet af denne kommando og sammenlign derefter med følgende løsning som fås via LinearSolve :

> A,b:=GenerateMatrix([lign1,lign2,lign3],[x1,x2,x3,x4]);

> LinearSolve(A,b,free=t);

side 4

Giver det samme facit som løsningen via Gauss-eliminationen? Sammenlign!

Løs aktivitetsopgave 7 ved hjælp af LinearSolve .

En hjemmeopgave til aflevering til klasselæreren på Store Dag i uge 3:

En af hjemmeopgaverne til det første hjemmeopgavesæt er Maple opgaven nedenfor. I sættet er der ialt 3 opgaver (de resterende 2 kan regnes i næste uge - se ugesedlen til semesteruge 2). Opgaven her skal regnes med Maple som anvist i denne introduktion og løsningen afleveres som udskrift af Maple sessionen. Inden du får opgaveteksten giver vi nogle generelle råd til hjemmeopgaver:

Bemærk: Hjemmeopgaver skal altid, uanset om de er løst med Maple eller ved håndregning, og uanset hvor meget gruppearbejde der evt. ligger bag løsningen, formuleres endeligt af dig selv, idet aflevering af enslydende besvarelser bliver betragtet som eksamenssnyd.

Vink: I hjemmeopgaverne drejer det sig generelt om at fremstille en udregning på en tilpas detaljeret måde. Det er vigtigt, at du kontrollerer rigtigheden af dit svar, og hertil er Maple jo et fortrinligt hjælpemiddel. Brug det! Husk at begrunde dine mellemregninger og at dokumentere hvad der iøvrigt foregår i din besvarelse. Maple kan også benyttes til at skrive tekst og forklaringer imellem selve udregningerne, og her kan Maple paletterne med specialtegn og meget mere, være til stor hjælp. Det anbefales at man altid kommenterer et vigtigt Maple output. Prøv fx at oprette en tekstboks med Ctrl+t og skrive følgende med hjælp fra paletterne:

Det vil sige at $\int_0^{\pi} \cos(\alpha \cdot x) = \frac{\sin(\alpha \cdot \pi)}{\alpha}$.

Stilarter i Maple: Ovenfor har du løst det samme ligningssystem med tre forskellige kommandoer: RowOperation, ReducedRowEchelonForm og LinearSolve. Bemærk at løsning vha. den sidste kommando siger mindre om den matematiske metode der er brugt ved løsningen, end de to første. **Vigtigt:** Når en nyligt indført matematisk metode behandles i en hjemmeopgave, bør det altid af en god Maple løsning fremgå at man har forstået metoden og de begreber den bygger på.

Her er så hjemmeopgaven:

a) LA 1.9 regnes med Maple. Forklar resultatet i lyset af sætning 1.9 og i lyset af bemærkningen nederst side 54 (vedr. indflydelsen af $\rho(\underline{T})$ og $\rho(\underline{A})$).

b) I stedet for 1. ligning i LA 1.9 benyttes nu x + 2y - 2z = 0, mens de øvrige ligninger bevares uændret. Løs det nye ligningssystem. Forklar resultatet i lyset af sætning 1.9 og indflydelsen af $\rho(\underline{T})$ og $\rho(\underline{A})$.

c) I stedet for 1. ligning i LA 1.9 benyttes nu x+y-2z = 3, mens de øvrige ligninger bevares uændret. Samme spørgsmål som i b).

d) Benyt

> with(plots):

og implicitplot3d kommandoen til at illustrere alle tilfældene ovenfor (se evt. eksempler i Maple 's Help under implicitplot3d). Klik på plottet, så kan du vende og dreje billedet således at den ønskede løsningsmængde ses tydeligt.