

Lineære ligningssystemer og matricer

Store Dag

Forelæsning: Emner fra *Lineær Algebra*, (LA) kapitel 1, afsnit 1.1–1.5 (forberedelse kan tage udgangspunkt i eksempel 1.1 og 1.2) :

- Talrummene $\mathbb{R}^n$.
- Lineære ligningssystemer, totalmatrix, koefficientmatrix.
- Strukturen af løsningsmængden til et lineært ligningssystem (sætning 1.4 og 1.5).
- Løsnings-algoritme: ‘Gauss-elimination’. Sætning 1.7 og sætning 1.9.
- Maple-Demo 01, herunder kommandoerne: `LinearSolve`, `ReducedRowEchelonForm`.

Aktivitetsopgaver: Gå til klasselokalet. Der møder du din *hjælpelærer* kl. 12:00. Diskutér og løs opgaverne i grupper og brug *hjælpelæreren* som konsulent.

1. Find den fuldstændige løsning til det lineære ligningssystem:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 2 \\ -2x_2 + 4x_3 &= 2 \\ \frac{1}{2}x_3 &= 1\end{aligned}$$

2. Løs opgave LA 1.7 (fra opgavesamlingen).
3. Find løsningsmængden til det lineære ligningssystem:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 2 \\ x_2 + 3x_3 &= 3 \\ x_1 + 4x_2 + 8x_3 &= 9\end{aligned}$$

4. Hvis $(x_1, x_2, x_3) = (1, 2, 3)$ er løsning til et inhomogent lineært ligningssystem, og hvis $(x_1, x_2, x_3) = (0, 5, 2)$ er en løsning til det tilsvarende homogene ligningssystem, er så $(x_1, x_2, x_3) = (1, 7, 5)$ løsning til det inhomogene ligningssystem? Er $(x_1, x_2, x_3) = (2, 9, 8)$ løsning til det inhomogene ligningssystem? Er *differensen* mellem to løsninger til det inhomogene lineære ligningssystem også en løsning til det inhomogene lineære ligningssystem?
5. Læs og forstå eksempel 1.2, eksempel 1.4 og eksempel 1.6 .
6. *Forstå* sammenhængen mellem begreberne *rang* og *løsningsmængde* for et lineært ligningssystem (Sætning 1.9). Opskriv denne sammenhæng.

I klasselokalet kl. 13:30 : Her møder du din *klasselærer* i klasselokalet. Når I har diskuteret spørgsmål omkring dagens forelæsning og de ovenstående aktivitetsopgaver, skal I stifte bekendtskab med matematikprogrammet Maple’s basale virkemåde. Følg, under klasselærerens medvirken, den vejledning der er i *Introduktion til Maple*, som er vedhæftet.

Lille Dag

Forelæsning: Emner fra *Lineær Algebra*, Kapitel 1 og 2, afsnit 2.1–2.2 (forberedelse kan tage udgangspunkt i eksempel 2.1 og 2.5) :

- Matrixalgebra: Sum, differens, produkt med skalar, og produkt af matricer. Transponering af en matrix. Ækvivalente matricer, matrixrang. Sætning 1.9 i rang-formulering. Bemærkning til matrixligninger.
- Maple-Demo 02 og introduktion til quiz-opgaverne.

Aktivitetsopgaver i fællestimen (K) med klasselæreren i klassen/databaren:

1. Læs eksemplerne 2.2 og 2.4. Læg mærke til regnereglerne for de indførte regneoperationer (sætning 2.3, sætning 2.5 og sætning 2.6). Hvad er betingelsen for at det er muligt at fremstille produktet mellem to matricer?
2. Hvorfor er i almindelighed $\underline{\underline{A}}\underline{\underline{B}} \neq \underline{\underline{B}}\underline{\underline{A}}$? Hvis vi véd, at $\underline{\underline{A}}\underline{\underline{B}}$ og $\underline{\underline{B}}\underline{\underline{A}}$ er af samme type, er det så sikkert at $\underline{\underline{A}}\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{B}}\underline{\underline{A}}$?

3. Givet matricerne $\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ og $\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

Udregn, hvis det er muligt, $2\underline{\underline{A}} - 3\underline{\underline{B}}$, $2\underline{\underline{A}}^T - 3\underline{\underline{B}}^T$, $2\underline{\underline{A}} - 3\underline{\underline{B}}^T$, $\underline{\underline{A}}\underline{\underline{B}}$, $\underline{\underline{A}}\underline{\underline{B}}^T$, $\underline{\underline{B}}\underline{\underline{A}}^T$, $\underline{\underline{B}}^T\underline{\underline{A}}$ og $\underline{\underline{A}}^T\underline{\underline{B}}$.

4. Læs eksempel 2.10.

5. Løs matrixligningen $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$.

6. Find for enhver reel værdi af a samtlige løsninger til det lineære ligningssystem

$$ax_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + ax_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 + ax_3 = 1$$

7. ★ LA 1.3. (Opgaver markeret med ★ er standardopgaver og som regel velegnede som opvarmning til hjemmeopgaverne).
8. ★ LA 1.8.

En hjemmeopgave til aflevering i semesteruge 3:

En af hjemmeopgaverne til det første hjemmeopgavesæt er Maple-opgaven fra side 5 i *Introduktion til Maple*.

Appetitvækkere til næste uge:

1. Vi har adderet og multipliceret matricer. Kan man også dividere med en matrix?
2. 'For fremtiden vil man fx kunne opfatte $1 + x + 3x^2$ og $\sin(x)$ som vektorer'.