

Hjemmeopgavesæt 2:

Afleveres til klasselæreren på Lille Dag i semesteruge 5.

Sættet består af individuelle besvarelser af nedenstående fire opgaver samt af grupperapporten vedr. miniprojektet, som kun afleveres i ét eksemplar.

1. Bevis vha. Eulers formler flg. vigtige formler (og lær dem udenad!):

$$\sin(2v) = 2 \sin(v) \cos(v), \quad \cos(2v) = (\cos(v))^2 - (\sin(v))^2.$$

Vis herefter at der også gælder:

$$\cos(2v) = 2(\cos(v))^2 - 1 = 1 - 2(\sin(v))^2.$$

2. (a) Skriv de følgende fire komplekse tal på formen $a + ib$:

$$6\frac{3\pi}{2}, \quad 14_{15\pi}, \quad 3e^{-\frac{13\pi}{6}i}, \quad e^{\frac{\pi}{8}i}.$$

- (b) Skriv de følgende tre tal på formen r_v :

$$A = \sqrt{3} + i, \quad B = 2 - 2i\sqrt{3} \quad \text{og} \quad C = \frac{A^6}{B^3}.$$

Angiv endelig C på formen $a + ib$.

3. Givet det komplekse polynomium $P(z) = z^4 + 1$.

- (a) Bestem samtlige rødder i $P(z)$ på formen $a + ib$, og indtegn dem i den komplekse talplan.

- (b) Skriv $P(z)$ som et produkt af to andengradspolynomier med reelle koefficienter.

4. (a) Find samtlige løsninger til den komplekse ligning $e^z = i$.

- (b) Angiv alle de rødder til ligningen $e^{\pi z^2} = i$, for hvilke modulus er mindre end 1.

NB: I vurderingen af dette sæt vil der blive lagt særlig vægt på at du

- kan manipulere med Eulers formler
- kan omskrive komplekse tal fra cartesisk (retvinklet) form til polær form og omvendt
- kender strukturen af de komplekse rødder til et polynomium med reelle koefficienter
- kender sammenhæng mellem rødderne i et polynomium og en faktorisering af polynomiet
- kan bruge omskrivninger af den komplekse eksponentialfunktion ved ligningsløsninger
- skriver sammenhængende og præcist og kan udføre simple matematiske ræsonnementer